



AGARD-AS-242

ADA029294

DDC FILE COPY

AGARD GROUP FOR AEROSPACE ESTABLISHMENTS

RELEASED UNDER THE NATIONAL ARCHIVES

AGARDograph No. 242

# Détermination dans les Installations au Sol des Paramètres Aérodynamiques de Stabilité des Aéronefs

**DISTRIBUTION STATEMENT A**  
Approved for public release  
Distribution Unlimited

DDC  
PREPARED  
JAN 24 1980  
REGULATORY  
CRA

NORTH ATLANTIC TREATY ORGANIZATION



DISTRIBUTION AND AVAILABILITY  
ON BACK COVER

80 1 24 016

14

AGARD-AG-242

NORTH ATLANTIC TREATY ORGANIZATION  
 ADVISORY GROUP FOR AEROSPACE RESEARCH AND DEVELOPMENT  
 (ORGANISATION DU TRAITE DE L'ATLANTIQUE NORD)

AGARDograph No.242

6

DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES

AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS

(Determination in Ground Facilities of Aerodynamic Stability Parameters of Aircraft),

10

M. Scherer

9 rue de Clocheville

34000 Tours - France

11, Jun 79

12 71

Cette AGARDographie a été préparée à la demande du Panel de Dynamique des Fluides de l'AGARD.

400 043

DM

## LA MISSION DE L'AGARD

La mission de l'AGARD est de réunir les personnalités marquantes des pays de l'OTAN dans les domaines de la science et de la technologie intéressant les activités aérospatiales, en vue:

- d'échanger des renseignements scientifiques et techniques;
- de stimuler de façon continue les progrès des sciences aérospatiales pouvant permettre de renforcer la défense commune;
- d'améliorer la coopération entre les pays membres dans le domaine de la recherche et du développement aérospatiaux;
- de fournir au Comité Militaire de l'Atlantique Nord une aide et des avis scientifiques et techniques dans le domaine de la recherche et du développement aérospatiaux;
- d'apporter, sur demande, aux autres organismes de l'OTAN et aux pays membres, une aide scientifique et technique en ce qui concerne les problèmes de recherche et de développement dans le domaine aérospatial;
- de fournir une aide aux pays membres en vue d'accroître leur potentiel scientifique et technique;
- de recommander aux pays membres des méthodes efficaces pour utiliser leurs possibilités en matière de recherche et de développement au profit de l'ensemble de la communauté de l'OTAN.

Le Conseil des Délégués Nationaux de l'AGARD constitue la plus haute autorité au sein de cet organisme; il est composé de représentants éminents de chaque pays membre, faisant l'objet d'une nomination officielle. Pour mener à bien sa mission, l'AGARD dispose de Groupes de Travail composés d'experts désignés par les Délégués Nationaux, d'un Programme d'Echanges et de Consultants, et d'un Programme d'Etudes en vue d'Applications Aérospatiales. L'AGARD rend compte des résultats de ses travaux aux pays membres et aux Autorités de l'OTAN sous forme de publications dont cet ouvrage est un exemple.

Seules sont admises à participer aux activités de l'AGARD les personnes ayant fait l'objet d'une invitation et jouissant en règle générale de la citoyenneté d'un des pays de l'OTAN.

La texte de cette publication a été directement reproduit  
à partir d'un exemplaire fourni par l'AGARD ou par l'auteur.

Publiée Septembre 1979

Copyright © AGARD 1979

Tous droits réservés

ISBN 92-835-2106-4



Imprimé par Technical Editing and Reproduction Ltd  
Harford House, 7-9 Charlotte St, London, W1P 1HD

1

**DÉTERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL  
DES PARAMÈTRES AÉRODYNAMIQUES DE STABILITÉ  
DES AÉRONEFS**

par  
**M. SCHERER**  
*Collaborateur extérieur de l'ONERA*

**PRÉFACE**

Le but de ce document est essentiellement de rassembler sous forme didactique les connaissances actuelles sur les méthodes expérimentales de détermination des coefficients aérodynamiques nécessaires aux études de mécanique du vol.

A ma demande, l'auteur a accepté d'élargir quelque peu son sujet, de manière :

- d'une part à exprimer les données théoriques fondamentales en langage matriciel, ce qui, malgré les avantages évidents de clarté et de concision, était rarement le cas dans les documents déjà publiés sur ce thème ;
- d'autre part, à souligner les lacunes des méthodes actuelles lorsqu'il s'agit d'analyser des écoulements fortement non linéaires.

J'espère que, sous cette forme, cet ouvrage pourra servir à l'accomplissement des progrès indispensables et à l'établissement d'un langage commun entre spécialistes de la Mécanique du vol et aérodynamiciens.

**P. CARRIERE**  
Haut Conseiller Scientifique à l'ONERA

Juin 1979  
Ingénieur Général P. CARRIERE, Membre du Fluid Dynamic Panel, Editeur.

DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL  
DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE  
DES AERONEFS

**RESUME**

Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.

DETERMINATION IN GROUND FACILITIES  
OF AERODYNAMIC STABILITY PARAMETERS OF AIRCRAFT

**ABSTRACT**

A survey of the present state of experimental ground facilities for determining the aerodynamic stability parameters of aircraft has been deduced from the proceedings of the AGARD/FDP and FMP meetings of the last four years. A critical study of the experimental methods for analyzing unsteady aerodynamic phenomena brings to light the insufficiencies of present-day methods and means, especially as regards information necessary for the correct implementation of flight simulators in case of non-linear behaviour (separation, shock wave). Suggestions are presented on the possible orientations of research for filling these gaps.

Accession For	
NTIS GRA&I	<input checked="" type="checkbox"/>
DDC TAB	<input type="checkbox"/>
Unannounced	<input type="checkbox"/>
Justification	<input type="checkbox"/>
By _____	
Distribution/ _____	
Availability Codes	
Dist	Avall and/or special
A	

# TABLE DES MATIERES

RESUME - SUMMARY .....	2
LISTE DES FIGURES .....	5
NOTATIONS .....	7
INTRODUCTION .....	12
<b>CHAPITRE I : ELEMENTS DE DYNAMIQUE DU VOL</b>	
<b>I.1 GENERALITES</b> .....	<b>15</b>
<b>I.2 REGIMES DE VOL</b> .....	<b>15</b>
<b>I.2.1 Régimes linéaires</b> .....	<b>15</b>
<b>I.2.2 Régimes de vol non-linéaires</b> .....	<b>16</b>
<b>I.2.3 Expressions du vecteur d'état, du torseur des forces aérodynamiques et de leurs accroissements du premier ordre. Variables aérodynamiques</b> .....	<b>17</b>
<b>I.3 STABILITE D'UN REGIME DE VOL</b> .....	<b>17</b>
<b>I.4 STABILITE D'UN REGIME DE VOL LINEAIRE SYMETRIQUE</b> .....	<b>17</b>
<b>I.4.1 Equation des torseurs d'effort des petits mouvements de stabilité</b> .....	<b>18</b>
<b>I.4.2 Tenseurs de masse entraînée et de masse apparente</b> .....	<b>18</b>
<b>I.4.3 Torseur d'accélération relative</b> .....	<b>19</b>
<b>I.4.4 Expressions des composantes longitudinales et transversales des torseurs dans le repère lié à l'aéronef</b> .....	<b>19</b>
<b>I.4.5 Stabilité longitudinale</b> .....	<b>20</b>
<b>I.4.6 Stabilité transversale</b> .....	<b>23</b>
<b>I.5 CAS DE VOL NON LINEAIRES A STABILITE LINEAIRE</b> .....	<b>26</b>
<b>I.6 REMARQUES SUR LES DOMAINES DE VOL A STABILITE NON LINEAIRE</b> .....	<b>26</b>
<b>I.6.1 Cas où le torseur des forces aérodynamiques est continûment dérivable par rapport au vecteur d'état</b> .....	<b>26</b>
<b>I.6.2 Cas où le torseur des forces aérodynamiques est dérivable par morceaux stationnaire ou non</b> ..	<b>28</b>
<b>CHAPITRE II : TECHNIQUES D'EXPERIMENTATION AU SOL</b>	
<b>II.1 GENERALITES</b> .....	<b>32</b>
<b>II.2 TORSEURS D'EFFORTS SUR UNE MAQUETTE EN SOUFFLERIE</b> .....	<b>32</b>
<b>II.3 PRINCIPES DES INSTALLATIONS D'ESSAI</b> .....	<b>33</b>
<b>II.3.1 Mesures stationnaires</b> .....	<b>33</b>
<b>II.3.2 Oscillations libres</b> .....	<b>33</b>
<b>II.3.3 Oscillations entretenues et forcées</b> .....	<b>34</b>
<b>II.3.4 Vol libre dans les installations au sol</b> .....	<b>35</b>
<b>II.4 NATURE DES INFORMATIONS - CHAINES D'ACQUISITION</b> .....	<b>36</b>
<b>II.5 PROCEDURES EXPERIMENTALES - TRAITEMENT DES INFORMATIONS</b> .....	<b>37</b>
<b>II.5.1 Méthodes linéaires</b> .....	<b>37</b>
<b>II.5.2 Méthodes non linéaires</b> .....	<b>40</b>
<b>CONCLUSION</b> .....	<b>43</b>
<b>REFERENCES</b> .....	<b>44</b>

<b>AI.1</b>	RAPPEL DE NOTIONS THEORIQUES SUR LA DYNAMIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE EN MOUVEMENT DANS L'ATMOSPHERE .....	<b>A1-1</b>
<b>AI.2</b>	CHANGEMENT DE REFERENTIEL.....	<b>A1-3</b>
<b>AI .2.1</b>	Passage du repère normal terrestre porté par l'aéronef au repère lié à l'aéronef .....	<b>A1-3</b>
<b>AI .2.2</b>	Passage du repère lié à l'aéronef au repère aérodynamique .....	<b>A1-4</b>
<b>AI .2.3</b>	Relations entre les éléments d'une matrice exprimée dans deux repères déduits l'un de l'autre par une rotation .....	<b>A1-4</b>
<b>AI .2.4</b>	Expressions du vecteur d'état et des dérivées aérodynamiques de stabilité en fonction du centrage de l'aéronef.....	<b>A1-5</b>
<b>AI.3</b>	EXPRESSIONS DE $\Omega$ .....	<b>A1-7</b>
<b>AI.3.1</b>	Expression de $\Omega$ en fonction de $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ .....	<b>A1-7</b>
<b>AI.3.2</b>	Expression de $\Omega$ en fonction de $\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\rho}$ en régime de vol rectiligne .....	<b>A1-8</b>
<b>AI.4</b>	RELATION ENTRE L'ACCROISSEMENT DU VECTEUR D'ETAT $\Delta E_x$ DIMENSIONNEL ET SON EXPRESSION SANS DIMENSION $\Delta E^*$ .....	<b>A1-9</b>
<b>AI.5</b>	REPRESENTATION DU TORSEUR DES FORCES D'INERTIE D'ENTRAINEMENT $\Delta \mathcal{N}_O$ ET DE L'ACCELERATION CORRESPONDANTE PAR UNE FORME LINEAIRE EN $\Delta E^*$ .....	<b>A1-10</b>

## ANNEXES A II : SCHEMAS DE MONTAGES EN SOUFFLERIE

<b>AII.1</b>	ROTATION .....	<b>A2-1</b>
<b>AII.2</b>	ARTICULATIONS ELASTIQUES .....	<b>A2-3</b>
<b>AII.3</b>	OSCILLATIONS LIBRES .....	<b>A2-4</b>
<b>AII.4</b>	OSCILLATIONS ENTRETENUES .....	<b>A2-5</b>
<b>AII.5</b>	OSCILLATIONS FORCEES .....	<b>A2-7</b>
<b>AII.6</b>	DIAGRAMMES DE FONCTIONNEMENT EN OSCILLATIONS ENTRETENUES ET FORCEES .....	<b>A2-8</b>

## LISTE DES FIGURES

Fig. 1	Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion .....	6
Fig. 2	Position du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion...	6
Fig. 3	Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion .....	6
Fig. I.1	Dérivées aérodynamiques dimensionnelles d'une fusée sonde [28] .....	26
Fig. I.2	Coefficient de force normale $C_N$ en fonction de l'angle d'incidence d'un profil animé d'oscillations harmoniques de tangage autour de l'incidence moyenne de décrochage stationnaire [31] .....	28
Fig. I.3	Cycles d'hystérésis des coefficients aérodynamiques transversaux $C_n$ , $C_y$ , $C_{\ell_0}$ d'une maquette d'avion à une incidence supérieure à celle du décrochage [32] .....	29
Fig. I.4	Evolution du coefficient de moment $C_{\ell_0}$ autour de l'axe de rotation d'une maquette d'avion ([33] et fig. AII.1.1) en fonction de la vitesse angulaire réduite $p_0^*$ .....	29
Fig. I.5	Evolution du coefficient de force transversale $C_y$ d'une maquette de missile ([34] et fig. AII.1.2) en fonction de la vitesse angulaire réduite $p_0^*$ . Influence du nombre de Reynolds .....	30
Fig. I.6	Coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence d'une maquette de HARRIER en écoulement transsonique [35] .....	31
Fig. II.1	Mesures en transsonique sur la balance du NAE ([40] fig. AII.4.2) - Dérivées des coefficients de moment de lacet et de roulis par rapport à la vitesse angulaire d'une maquette delta .....	39
Fig. II.2	Oscillations libres d'un corps de rentrée à Mach 4,5 - Amplitude en fonction du nombre de cycles ([20] et fig. AII.3) .....	40
Fig. II.3	Cycle limite avec hystérésis - Moment de rappel aérodynamique en fonction de l'élongation [20] .....	41
Fig. II.4	Limites des qualités de vol du HARRIER [35] .....	42
Fig. AII.1.1	Rotation uniforme - basse vitesse (société MACCHI [33]) .....	A2.1
Fig. AII.1.2	Rotation uniforme - transsonique (NASA Ames) [34] .....	A2.2
Fig. AII.2.1	Articulation élastique - missile [39] .....	A2.3
Fig. AII.2.2	Articulation élastique - aile [57] .....	A2.3
Fig. AII.3	Oscillations libres supersoniques (ONERA [20]) .....	A2.4
Fig. AII.4.1	Oscillations entretenues - transsonique et supersonique (RAE [58]) .....	A2.5
Fig. AII.4.2	Oscillations entretenues - transsonique (NAE [40]) .....	A2.6
Fig. AII.5	Oscillations forcées - transsonique (CALSPAN [59]) .....	A2.7
Fig. AII.6	Oscillations entretenues et forcées basse vitesse - Diagrammes de fonctionnement DFVLR et Industrie RFA [42] .....	A2.8

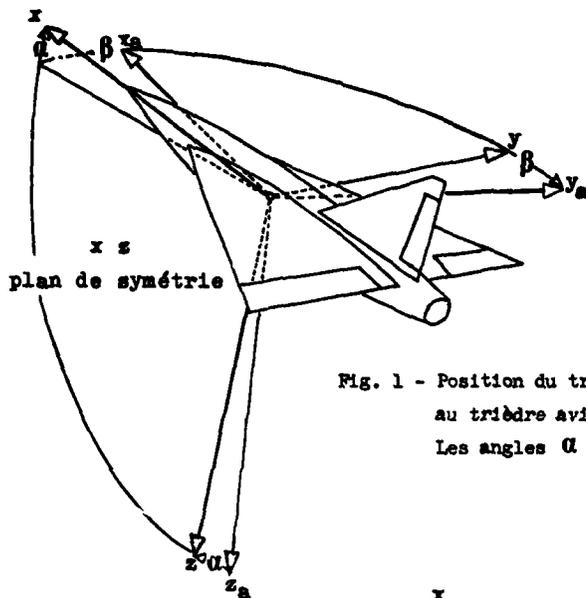


Fig. 1 - Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre avion.  
Les angles  $\alpha$  et  $\beta$  sont ici positifs.

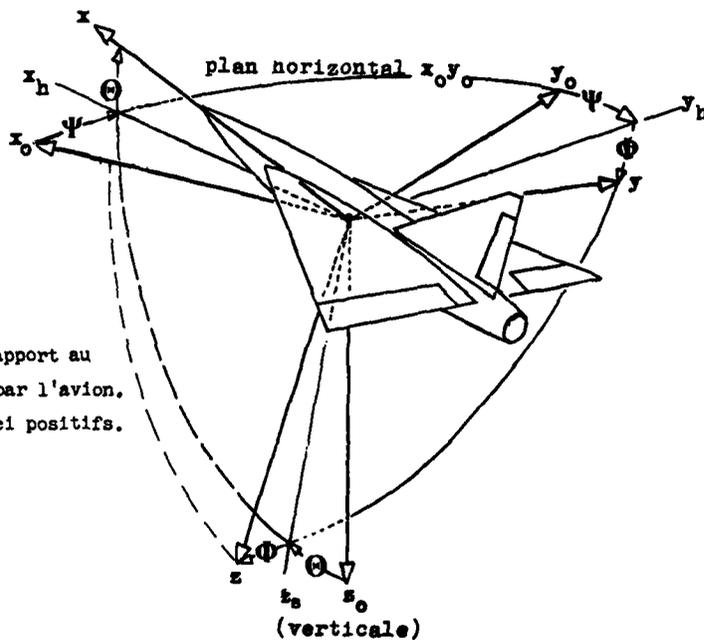


Fig. 2- Position du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion.  
Les angles  $\Psi$ ,  $\Theta$ ,  $\Phi$  sont ici positifs.

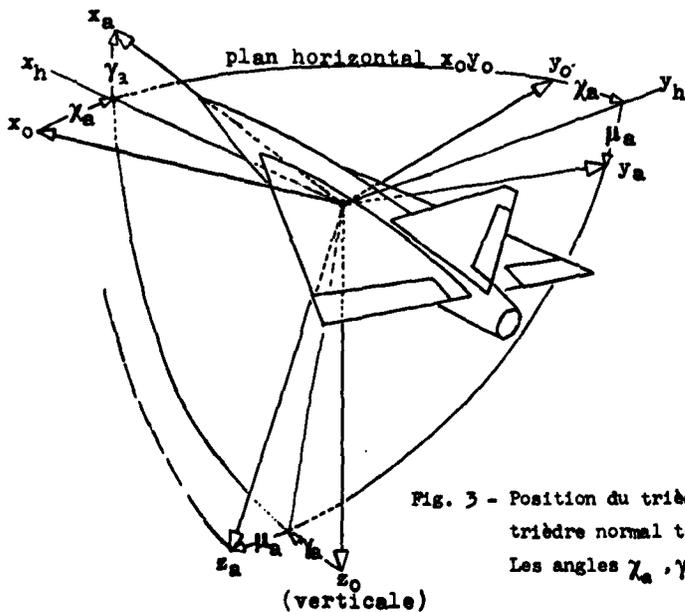


Fig. 3 - Position du trièdre aérodynamique par rapport au trièdre normal terrestre porté par l'avion.  
Les angles  $\chi_a$ ,  $\gamma_a$ ,  $\mu_a$  sont ici positifs.

## NOTATIONS

## 1 - NOTATIONS NORMALISEES

Elles sont conformes aux normes ISO R 1151, R 1152, R 1153, et au projet de norme ISO/DIS 2765. [16]

## TRIÈDRES .

- $x y z$  trièdre lié à l'avion, dont l'origine G est usuellement le centre de gravité de l'avion. Il est constitué par l'axe longitudinal Gx, l'axe transversal Gy et l'axe normal Gz (fig. 1), ce dernier étant orienté vers le ventre de l'avion.
- $x_a y_a z_a$  trièdre aérodynamique ayant usuellement la même origine que le précédent. L'axe  $x_a$  est confondu en direction et sens avec la vitesse air, l'axe  $z_a$  est dans le plan de symétrie (fig. 1).
- $x_o y_o z_o$  trièdre terrestre, appelé trièdre normal terrestre lorsque l'axe  $z_o$  est vertical. L'axe  $z_o$  est orienté vers le bas. L'origine est soit un point fixe par rapport à la terre, choisi suivant les besoins, soit le centre de gravité G ; dans ce dernier cas et si de plus l'axe  $z_o$  est vertical, le trièdre est appelé trièdre normal terrestre porté par l'avion (fig. 2 et 3).

Voir aux notations vectorielles les symboles des vecteurs unitaires de ces trièdres.

Remarques : d'autres trièdres, non normalisés, sont couramment utilisés :

- 1) les axes de "stabilité" liés à l'aéronef, confondus avec le trièdre aérodynamique lorsque l'aéronef est dans sa position de régime,
- 2) le trièdre "aérobalistique", désigné souvent par xyz, comprend l'axe longitudinal x et est animé de la vitesse angulaire  $-p$  par rapport au trièdre lié xyz (non rolling axes).

## ANGLES

- a) Définissant la position angulaire du vecteur vitesse-air par rapport au trièdre-avion (fig. 1) :

- $\beta$  angle de dérapage ; par convention  $-\frac{\pi}{2} < \beta \leq \frac{\pi}{2}$  ,  
 $\alpha$  angle d'incidence (ou d'attaque) par convention  $-\pi < \alpha < \pi$  ,

- b) définissant la position angulaire du trièdre avion par rapport au trièdre normal terrestre (fig. 2) :

- $\Psi$  azimut,  
 $\Theta$  assiette longitudinale,  
 $\Phi$  angle de gîte,  
 $\Psi_z$  (Ce symbole n'est pas normalisé) angle de la rotation autour de l'axe z fixe, amenant l'axe x d'une position  $x_1$  à une position  $x_2$  différente de  $x_1$ .

$$\Psi_z = \Psi \text{ si et seulement si } z \text{ est vertical.}$$

- c) définissant la position de la trajectoire par rapport au trièdre terrestre  $x_o y_o z_o$  (fig. 3) :

- $\gamma_a$  pente de la trajectoire, par convention  $-\frac{\pi}{2} < \gamma_a \leq \frac{\pi}{2}$  ,  
 $\chi_a$  azimut aérodynamique,  
 $\mu_a$  angle de gîte aérodynamique.

## GRANDEURS GEOMETRIQUES DE RÉFÉRENCE

- S surface de référence ; généralement pour un avion la surface de l'aile prolongée à l'intérieur du fuselage et des fuseaux,  
 $l$  longueur de référence,  
 $b$  envergure de l'aile.

Note 1 : de nombreux auteurs, le plus souvent de langue anglaise adoptent deux longueurs de référence :

- c longueur de référence longitudinale, généralement la corde aérodynamique moyenne de l'aile,  
 $b$  longueur de référence transversale déjà symbolisée ci-dessus.

De plus, chacune de ces longueurs est divisée par 2 dans les expressions sans dimension des vitesses angulaires (voir note 3).

Cette pratique n'est pas conforme aux recommandations de la norme ISO.

## GRANDEURS CINEMATIQUES

Vitesses linéaires et angulaires :

- V** vitesse-air ( vecteur à 3 composantes dont la grandeur est le scalaire  $V$  )  
 u v w composantes de la vitesse-air sur les axes du trièdre avion,  
 a célérité du son,  
 $M$  nombre de Mach

Notes 2.- les composantes de la vitesse-air dans le trièdre terrestre et le trièdre aérodynamique ont les mêmes symboles affectés respectivement des indices inférieurs "o" et "a" .

- p q r composantes du vecteur  $\Omega$  sur les axes du trièdre-avion, respectivement : vitesse de roulis, vitesse de tangage, vitesse de lacet  
 $\dot{\alpha}^*$  dérivée réduite par rapport au temps de l'angle d'incidence (  $\dot{\alpha}^* = \frac{\dot{\alpha}c}{V}$  ,  $\dot{\alpha} = \frac{d\alpha}{dt}$  ) ,  
 $\dot{\beta}^*$  dérivée réduite par rapport au temps de l'angle de dérapage (  $\dot{\beta}^* = \frac{\dot{\beta}c}{V}$  ,  $\dot{\beta} = \frac{d\beta}{dt}$  ) ,  
 $\dot{V}^*$  accélération tangentielle réduite (  $\dot{V}^* = \frac{\dot{V}c}{V^2}$  ,  $\dot{V} = \frac{dV}{dt}$  ) ,  
 $p^*$  vitesse réduite de roulis (  $p^* = \frac{pc}{V}$  ) ,  
 $q^*$  vitesse réduite de tangage (  $q^* = \frac{qc}{V}$  ) ,  
 $r^*$  vitesse réduite de lacet (  $r^* = \frac{rc}{V}$  ) ,

Note 3 : ces expressions sans dimension sont souvent rapportées à d'autres longueurs de référence, déjà signalées dans la précédente note 1.

$$\dot{\alpha}^* = \frac{\dot{\alpha}c}{2V} , \quad q^* = \frac{qc}{2V} , \quad \text{vitesses angulaires longitudinales}$$

$$\dot{\beta}^* = \frac{\dot{\beta}b}{2V} , \quad p^* = \frac{pb}{2V} , \quad r^* = \frac{rb}{2V} , \quad \text{vitesses angulaires transversales.}$$

## MASSE ET INERTIE DE L'AVION

- m masse de l'avion  
 $I_x$  (ou A) moment d'inertie par rapport à l'axe longitudinal de l'avion  
 $I_y$  (ou B) moment d'inertie par rapport à l'axe transversal de l'avion  
 $I_z$  (ou C) moment d'inertie par rapport à l'axe normal de l'avion.  
 $I_{yz}$  (ou D) produits d'inertie de l'avion (  $I_{yz} = \int yz \, dm$  ) ,  
 $I_{zx}$  (ou E) (  $I_{zx} = \int zx \, dm$  ) ,  
 $I_{xy}$  (ou F) (  $I_{xy} = \int xy \, dm$  ) ,  
 $\mu$  masse réduite (  $\mu = 2m / \rho S l$  ).

## FORCES, MOMENTS ET COEFFICIENTS SANS DIMENSION

- R résultante du système de forces s'exerçant sur l'avion, incluant les forces aérodynamiques et de propulsion, mais excluant les forces de pesanteur, d'inertie et les forces de contact avec le sol,

X composantes de R sur les axes du trièdre avion

Y  
 Z

$C_x$  coefficients sans dimension :  $C_x = \frac{X}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$      $C_y = \frac{Y}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$      $C_z = \frac{Z}{\frac{1}{2}\rho V^2 S}$   
 $C_y$   
 $C_z$  où  $\rho$  est la masse volumique de l'air non influencé par le champ aérodynamique de l'avion.

Composantes du moment résultant du système R sur les axes du trièdre avion, usuellement par rapport au centre de gravité.

L moment de roulis

M moment de tangage

N moment de lacet

coefficients sans dimension :  $C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S l}$      $C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 S l}$      $C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V^2 S l}$  .

Note 4 : ces coefficients sont souvent exprimés avec d'autres longueurs de référence, déjà signalées dans la précédente note 1.

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} \quad C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho V^2 S c} \quad C_n = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V^2 S b} .$$

DERIVEES PARTIELLES DES COEFFICIENTS SANS DIMENSION DES COMPOSANTES DE LA FORCE RESULTANTE ET DU MOMENT RESULTANT.

Appelées dérivées de stabilité ou dérivées aérodynamiques.

1) Dérivées premières.

$C_{R,E}$  dérivée du coefficient  $C_R$  par rapport à la variable E  
 R désigne l'un des symboles X, Y, Z,  $\ell$ , m, n  
 E désigne l'un des symboles  $\alpha$ ,  $\beta$ , p, q, r etc. représentant une des variables d'état de l'avion, par exemple

$$C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} = \frac{\partial M/\partial \alpha}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell} , C_{mq} = \frac{\partial C_m}{\partial q} = \frac{\partial M/\partial q}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell} , C_{m\dot{\alpha}} = \frac{\partial C_m}{\partial \dot{\alpha}} = \frac{\partial M/\partial \dot{\alpha}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell}$$

2) Dérivées secondes.

$C_{R,E_1 E_2}$  dérivée seconde du coefficient  $C_R$  par rapport aux variables  $E_1$  et  $E_2$ ;  $E_1$  peut être égale à  $E_2$ .  
 par exemple

$$C_{m\alpha^2} = \frac{\partial^2 C_m}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 M/\partial \alpha^2}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell} , C_{\ell \alpha \beta} = \frac{\partial^2 C_\ell}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2 L/\partial \alpha \partial \beta}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell} ,$$

$$C_{mq\alpha} = C_{\alpha q} = \frac{\partial^2 C_m}{\partial q \partial \alpha} = \frac{\partial^2 M/\partial \alpha \partial q}{\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell} .$$

Relations entre les coefficients des dérivées de stabilité définis suivant les normes ISO et ceux utilisés couramment par les auteurs américains.

désignation	exemple de dérivée	coefficient $C_{KJ}$ conforme aux notations		rapport
		a : ISO	b : U.S	coeff. a / coeff. b
dérivée de position: longitudinale transversale	$\partial M/\partial \alpha$ $\partial L/\partial \beta$	$\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell C_{m\alpha}$ $\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell C_{\ell \beta}$	$\frac{1}{2} \rho V^2 S c C_{m\alpha}$ $\frac{1}{2} \rho V^2 S b C_{\ell \beta}$	$c/\ell$ $b/\ell$
dérivée par rapport à la vitesse angulaire: longitudinale transversale	$\partial M/\partial q$ $\partial L/\partial p$	$\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell C_{mq}$ $q\ell/V$ $\frac{1}{2} \rho V^2 S \ell C_{\ell p}$ $p\ell/V$	$\frac{1}{2} \rho V^2 S c C_{mq}$ $qc/2V$ $\frac{1}{2} \rho V^2 S b C_{\ell p}$ $pb/2V$	$2(c/\ell)^2$ $2(b/\ell)^2$

$C_{n\beta D}$  coefficient appelé " $C_{n\beta}$  dynamique" dont l'expression est :

$$C_{n\beta D} = C_{n\beta} \cos \alpha - \frac{I_x}{I_y} C_{\ell \beta} \sin \alpha .$$

FORCE AERODYNAMIQUE (DU PLANEUR)

Coefficients sans dimension, facteur de charge.

$R^A$  force aérodynamique du planeur définie arbitrairement comme la différence vectorielle entre la force  $X$  et la poussée  $F$ .

$X^A, Y^A, Z^A$  composantes de  $R^A$  sur les axes du trièdre avion,

$X_a^A, Y_a^A, Z_a^A$  composantes de  $R^A$  sur les axes du trièdre aérodynamique, auxquelles sont données les dénominations suivantes :

- $X_a^A$  traînée (ou résistance aérodynamique) composante de  $R^A$  sur l'axe  $x_a$ , changée de signe.
- $Y_a^A$  force latérale, composante de  $R^A$  sur  $y_a$  non changée de signe,
- $Z_a^A$  portance, composante de  $R^A$  sur  $z_a$  changée de signe.

Coefficients sans dimension

$C_x$  coefficient de traînée ou de résistance aérodynamique  $C_x = -C_{x_a}^A = -\frac{X_a^A}{\frac{\rho}{2} V^2 S}$ , désigné par  $C_D$  dans les publications de langue anglaise.

$C_y$  coefficient de face latérale  $C_y = C_{y_a}^A = Y_a^A / \frac{\rho}{2} V^2 S$

$C_z$  coefficient de portance  $C_z = -C_{z_a}^A = -Z_a^A / \frac{\rho}{2} V^2 S$  désigné par  $C_L$  dans les publications de langue anglaise.

Facteur de charge.

$\bar{n}$  vecteur facteur de charge, c'est le rapport de la force résultante au module du poids de l'avion :

$n$  dans le texte est la composante du facteur de charge relative à la portance, soit :

$$n = -n_z^A = -Z_a^A / mg$$

$g$  accélération de la pesanteur.

## 2 - NOTATIONS NON NORMALISEES :

Coefficients aérodynamiques des équations des petits mouvements:

Mouvements longitudinaux.

$X_u$   $X_w$   $Z_u$   $Z_w$   $m_q$  voir les définitions chapitre I §4-5

Mouvements transversaux (ou latéraux) :

$y_p$  ,  $\ell_p$  ,  $n_p$  ,  $\ell_r$  ,  $n_r$  voir les définitions chapitre I §4-6

Equation différentielle du second ordre à coefficients constants et racines complexes :

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = 0$$

$x(t)$  élongation du mouvement

$\dot{x}$  dérivée première par rapport au temps

$\ddot{x}$  dérivée seconde par rapport au temps,

$\omega_0$ ,  $f_0$ ,  $T_0$  respectivement pulsation, fréquence et période propre

$\omega$ ,  $f$ ,  $T$  respectivement pulsation, fréquence et pseudo-période

$\zeta$  coefficient d'amortissement réduit,

$t_k$  temps de passage de l'amplitude de sa valeur initiale  $x_0$  à la valeur  $kx_0$  :

$\tau_s$  constante de temps (  $x = x_0 e^{-t/\tau_s}$  ).

NOTATIONS VECTORIELLES - MATRICIELLES - OPERATEURS.

Vecteurs :

$\mathbf{j}$  vecteur de composantes  $j_1, j_2, j_3$  dans un certain référentiel (ou une certaine base ou un certain repère).

$[\mathbf{j}_1]$  matrice colonne correspondante,

$[\mathbf{j}_1]$  matrice transposée, la notation  $[\mathbf{j}_1]^T$  est aussi utilisée.

Vecteurs unitaires :

$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  relatifs au repère  $Gxyz$

$\mathbf{x}_a, \mathbf{y}_a, \mathbf{z}_a$  relatifs au repère  $Gx_a y_a z_a$ .

$\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0$  relatifs au repère  $Gx_0 y_0 z_0$ .

$\mathbf{j}_x$  l'indice  $x$  désigne le repère utilisé  $Gxyz$

$\mathbf{j}_a$  l'indice  $a$  désigne le repère utilisé  $Gx_a y_a z_a$ .

$\mathbf{j}_0$  l'indice  $0$  désigne le repère utilisé  $Gx_0 y_0 z_0$ .

- R** torseur des forces aérodynamiques et de propulsion dans le repère G x y z  
d'expression transposée :
- C<sub>R</sub>** torseur des coefficients sans dimension correspondants
- S** torseur des forces d'inertie
- G<sub>x</sub>** vecteur pesanteur dans G x y z
- E<sub>x</sub>** vecteur d'état ( ou torseur distributeur des vitesses ) dans G x y z
- E<sub>x</sub><sup>.</sup>** dérivée par rapport au temps de **E<sub>x</sub>**
- Δ** accroissement petit du premier ordre
- ( )\*** vecteur dont les éléments sont sans dimension.

## Matrices

- I** matrice unité
- <sub>L</sub> •<sub>T</sub>** matrices unité dégénérées
- <sub>i</sub>** matrice diagonale d'éléments unité affectés de signes + et -
- ∅** vecteur ou matrice nulle
- m** tenseur de masse
- I<sub>n</sub>** tenseur d'inertie
- L<sub>L</sub><sup>L</sup> L<sub>L</sub><sup>T</sup> L<sub>T</sub><sup>T</sup> L<sub>T</sub><sup>L</sup>** matrices d'éléments sans dimension représentant des termes d'inertie
- M<sub>L</sub><sup>L</sup> M<sub>L</sub><sup>T</sup> M<sub>T</sub><sup>T</sup> M<sub>T</sub><sup>L</sup>** matrices définies au
- C<sub>RL,EL</sub> C<sub>RT,ET</sub>** matrices dont les éléments sont les coefficients sans dimension des dérivées aérodynamiques de stabilité
- C<sub>RL,ET</sub> C<sub>RT,EL</sub>**

## Opérateurs

- D** opérateur de dérivation { matrice 6x6 }
- d** opérateur de dérivation { matrice 3x3 }
- ∧** produit vectoriel

D'autres notations, non couramment utilisées, sont précisées dans le texte.

## INTRODUCTION

La détermination des dérivées aérodynamiques de stabilité, en soufflerie et au tunnel de tir, sur des maquettes animées de petits mouvements oscillants, ou de mouvements continus de rotation uniforme de faible vitesse angulaire, remonte à une trentaine d'années environ.

Théoriquement, les résultats de ces expériences donnent l'ensemble des dérivées des composantes du torseur des forces aérodynamiques par rapport à celles du vecteur d'état qui définit le régime de vol de l'aéronef. Cependant, il faut rappeler que les dérivées de ce torseur prises par rapport aux variables autres que la vitesse angulaire peuvent être obtenues à partir des mesures sur maquette fixe.

Le professeur VALENSI est l'auteur d'un des premiers documents, publié en 1954, faisant le point des méthodes et moyens utilisés pour ces essais dans les souffleries européennes.

Puis, en 1955, paraît un premier AGARDograph d'ARNOLD Lee sur les mesures dynamiques en soufflerie.

En 1959, ORLIK-RUCKEMANN publie une revue des méthodes de mesure des dérivées de stabilité dynamique des aéronefs.

Quelques années après, en 1967, le même sujet est traité dans un second AGARDograph de SCHUELER, WARD et HODAPP.

Les références de ces publications sont classées par ordre chronologique [ 7 à 10 ].

Au cours de ces dix dernières années, un accroissement notable des besoins d'informations sur la stabilité s'est manifesté par suite du développement des techniques aérospatiales dans les diverses directions caractérisées par :

- l'extension du domaine de vol des avions de transport en transsonique et en supersonique ;
- la mise en service d'avions à décollage et atterrissage court ou vertical (ADAC-ADAV), en anglais STOL-VTOL ;
- l'extension du domaine de vol des avions de combat aux évolutions à facteur de charge élevé en transsonique ;
- les recherches sur la rentrée balistique puis sur la navette spatiale ;
- les recherches de configurations d'avion à commande automatique généralisée (CAG), en anglais CCV [ 16 ].

La complexité des questions posées par les qualités de vol de ces aéronefs, la nécessité de réduire les coûts et délais de leur mise au point imposaient d'entreprendre l'étude approfondie de leur stabilité dès le début du projet, d'où la nécessité de recourir systématiquement aux essais sur maquette dans les installations au sol.

Ces essais ont été effectués, pendant cette période, dans les installations décrites dans le précédent AGARDograph [ 10 ]. La plupart d'entre elles sont encore en service à l'heure actuelle.

Des descriptions plus détaillées de ces installations et d'autres mises en service depuis ont été présentées dans diverses publications d'ORLIK-RUCKEMANN [11 à 15], à la suite d'une enquête sur les besoins d'informations sur la stabilité aux grands angles d'incidence et sur les moyens d'essai permettant de les satisfaire.

Plus récemment, les comptes rendus des communications aux deux dernières réunions de spécialistes de l'AGARD, sur le DECROCHAGE ET LA VRILLE DES AVIONS MILITAIRES (FMP 1977) et sur les PARAMETRES DE STABILITE (FDP 1978) fournissent les éléments nécessaires à une vue d'ensemble sur ces questions. Il apparaît à la lecture de ces documents que des progrès considérables ont été accomplis en métrologie grâce à la mise en service, au cours de la dernière décennie dans les centres d'expérimentation en vol et au sol, de moyens modernes d'acquisition et de traitement numérique des informations d'essai. On observe que ces moyens ont été mis intensément à contribution dans l'expérimentation en vol sur la stabilité par les méthodes "d'identification de paramètres". Mais leur utilisation dans les installations au sol n'avait été prévue que pour obtenir en temps réel les coefficients aérodynamiques sans dimension stationnaires classiques. Toutefois leur disponibilité a permis, dans un premier temps, d'alléger l'acquisition et le traitement des mesures des coefficients de stabilité quasi-stationnaires par les méthodes linéaires d'oscillations de faible amplitude, de sorte que les mesures entrent maintenant dans le cadre des essais courants sur maquette en soufflerie.

Ces méthodes ont été rapidement étendues à de plus larges domaines de variation de paramètres : par exemple les intervalles d'incidence et de dérapage des balances stationnaires ont été accrus, d'autre part, des souffleries ont été équipées de balances animées d'un mouvement de rotation uniforme  $\Omega$  .

Il est ainsi devenu possible de déterminer les composantes stationnaires du torseur d'effort aérodynamique en fonction de quatre paramètres d'état  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\mathcal{M}$  et  $\Omega$  (dans le cas où ce vecteur est parallèle à l'écoulement). Ces composantes ne varient linéairement que dans un petit domaine de valeurs de ces paramètres. Dans le reste du domaine exploré (grandes incidences, écoulement transsonique) les composantes ne sont plus linéaires, elles peuvent aussi, ainsi que leurs dérivées, présenter des discontinuités. Il arrive même d'observer des phénomènes d'hystérésis.

Or, les dérivées déterminées par les méthodes linéaires dans les zones de discontinuités sont sujettes à caution ; et l'on constate qu'il n'existe pas à l'heure actuelle de moyens au sol traitant de façon satisfaisante l'ensemble des cas de vol instationnaires dans lesquels les forces aérodynamiques, à un instant donné, dépendent non seulement des valeurs instantanées des paramètres d'état, mais aussi des valeurs prises par ces paramètres pendant une certaine période précédant l'instant considéré. C'est le cas du vol à haute incidence lorsque l'aéronef est le siège de décollements et de recollements, ou encore des écoulements transsoniques avec ondes de choc instationnaires.

Les forces exercées en vol sur l'aéronef au cours d'une évolution déterminée de ce genre ne peuvent être simulées avec certitude sur maquette qu'en imposant à celle-ci une évolution angulaire semblable et non un mouvement élémentaire a priori. Les techniques de vol libre semblent répondre à cette nécessité, toutefois malgré les perfectionnements apportés ces dernières années aux installations de vol libre, comme par exemple, celles de la NASA à LANGLEY FIELD [17] et celles de l'Institut de Mécanique des Fluides à Lille [19], l'écoulement reste encore du domaine de l'incompressible et l'influence du Reynolds  $\gamma$  est négligée. L'expérience en soufflerie sur une maquette disposant d'un nombre de degrés de liberté suffisants et couplée avec un ordinateur effectuant le calcul de la trajectoire peut permettre une simulation plus fidèle, sous réserve bien entendu de respecter le nombre de Mach et un nombre de Reynolds suffisamment élevé. Dans un cas comme dans l'autre, l'analyse des résultats exige la connaissance et l'emploi des techniques de mécanique du vol.

Il a donc paru intéressant, suivant les conseils de M. l'Ingénieur Général CARRIERE, qui a bien voulu susciter et orienter ce travail, de présenter dans cet AGARDograph destiné à une synthèse des méthodes et moyens d'essais au sol un exposé préliminaire des techniques modernes de calcul de la dynamique du vol.

\*

\*

\*

Le sujet est traité dans deux chapitres précédés d'une liste de notations et symboles. Des compléments théoriques et pratiques sont indiqués en annexe.

Deux ensembles de notations sont utilisés :

- le premier comprend les notations conformes aux recommandations ISO sur les "Termes et Symboles de la Mécanique du Vol", officiellement adoptées par l'ensemble des nations européennes. [1 à 4]

La généralisation de leur emploi devrait faciliter la lecture des documents et des publications sur la dynamique du vol. Elle permettrait aussi d'éviter des erreurs d'interprétation dues à la diversité des notations et des grandeurs de référence, choisies de façon plus ou moins arbitraire, principalement lorsqu'il s'agit d'engins.

Quant aux notations relatives aux avions, elles sont habituellement conformes à une symbolisation déjà ancienne. La symbolisation ISO, plus complète, paraît mieux adaptée aux besoins actuels.

La correspondance entre ces deux symbolisations est précisée dans la liste.

- Le second contient les notations matricielles, non encore normalisées, utilisées dans l'espace de configuration des torseurs à six dimensions : torseurs d'effort, torseur distributeur de vitesse (ou vecteur d'état) et torseur d'accélération.

Le premier chapitre est un rappel de notions élémentaires de dynamique du vol, rédigé plus particulièrement à l'attention des expérimentateurs de soufflerie, généralement peu informés sur ce sujet.

Les composantes du vecteur d'état qui caractérise à un instant donné les conditions de vol sont précisées et les définitions des "dérivées de stabilité" ou "dérivées aérodynamiques" sont rappelées au début de ce chapitre.

Les considérations théoriques qui suivent sont limitées à l'établissement des équations des petits mouvements dans les domaines linéaire et non linéaire.

Dans le domaine linéaire classique, les deux systèmes d'équations linéaires, à coefficients constants, des petits mouvements longitudinaux et transversaux, découplés entre eux, sont établis en partant des équations générales.

Puis, après quelques transformations, ils sont présentés sous la forme canonique utilisée habituellement en dynamique du vol. Cette analyse montre comment les coefficients sans dimension, qui expriment les dérivées aérodynamiques, interviennent pratiquement dans les calculs de dynamique du vol.

Dans le domaine non linéaire, deux exemples sont présentés, comportant chacun une non-linéarité particulière, observée dans des études de missiles.

Dans chacun des cas traités ci-dessus, la recherche des solutions n'est pas abordée.

Les expressions des équations générales de la dynamique du corps solide sont également rappelées en annexe, à titre d'aide-mémoire. Elles sont décrites sous 3 formes : vectorielle, matricielle et développée.

Les notations matricielles utilisées pour présenter ces notions fondamentales permettent d'écrire sous forme condensée et sans confusion possible des expressions mathématiques dont les développements sont lourds et pénibles à lire. Elles facilitent ainsi l'analyse des phénomènes à étudier et servent avantageusement à établir les programmes de traitement sur ordinateur, des informations acquises en vol et en soufflerie.

Un langage commun aux disciplines qui régissent la dynamique du vol devrait nécessairement renforcer la collaboration entre les spécialistes mécaniciens et aérodynamiciens, rendue indispensable par la complexité des questions qui se posent à l'heure actuelle.

Les techniques d'expérimentation qui sont exposées succinctement dans le second chapitre reposent sur la remarque suivante : dans le domaine de valeurs du vecteur d'état dans lequel le torseur des forces aérodynamiques est continûment dérivable, l'équation des petits mouvements de stabilité peut être présentée comme un système d'équations linéaires dont les dérivées aérodynamiques sont les inconnues.

Il en résulte que les dérivées aérodynamiques peuvent être déterminées en traitant par des méthodes linéaires des informations obtenues en soufflerie, soit sur maquette fixe, soit sur maquette en rotation uniforme parallèle à l'écoulement, soit encore sur maquette animée de mouvements à nombre restreint de degrés de liberté.

Des descriptions détaillées des montages d'essais étant déjà rassemblés dans les documents référencés ci-dessus, il a paru suffisant de ne rappeler ici que les principes des montages, surtout pour signaler les progrès réalisés dans les systèmes de mise en mouvement des maquettes. Quelques schémas d'installations typiques figurent cependant en annexe. Après avoir précisé la nature des informations d'essais, les principes des systèmes d'acquisition et de traitement analogiques et numériques sont énoncés en montrant les progrès apportés par les moyens numériques. Des indications sont données, à titre d'exemple, sur une méthode de traitement non linéaire appliquée à des essais en soufflerie pour lesquels des cycles limites ont été observés [20].

Il est fait également mention des perfectionnements apportés aux moyens d'essais ausol sur maquette en vol libre.

Un travail de synthèse sur un sujet aussi vaste et complexe comporte nécessairement des omissions dont l'auteur prie le lecteur de bien vouloir l'excuser.

## ÉLÉMENTS DE DYNAMIQUE DU VOL

## I.1.- GENERALITES .

Le présent chapitre contient les notions théoriques essentielles qui servent de base à l'étude de la stabilité des aéronefs.

Cette étude est menée couramment de façon approchée en admettant les hypothèses suivantes:

La variation de la masse volumique de l'air dans le domaine de vol considéré est négligeable, la masse de l'aéronef, les éléments du torseur des forces de propulsion dans un repère lié à l'aéronef sont constants et l'aéronef est indéformable.

Ces hypothèses répondent, à de rares exceptions près, aux conditions expérimentales usuelles dans les installations au sol.

L'action des gouvernes n'est pas étudiée.

Les définitions des dérivées de stabilité sont rappelées ainsi que celles des coefficients sans dimension qui les représentent habituellement; ensuite il est montré comment elles sont utilisées pratiquement dans les cas les plus courants.

Des publications récentes de dynamique du vol, de H.H.B.M. THOMAS [21][22] et de J. C. WANNER [23] pourront être consultées pour des informations plus approfondies et détaillées sur ce sujet.

La dynamique du vol d'un aéronef est un cas particulier de la dynamique du corps solide dont les équations générales sont rappelées en annexe A.1.1.

Les composantes du vecteur d'état  $\mathbf{E}_x = [u \ v \ w \ p \ q \ r]$  et celles du torseur des forces sont rapportées à un trièdre  $G \ x \ y \ z$  lié à l'aéronef et ayant son origine au centre de gravité  $G$ .

Dans le cas de l'aéronef le torseur des forces est la somme de trois torseurs :

- des forces d'inertie,  $\mathcal{J}$
- de pesanteur,  $G_x$
- des forces aérodynamiques et de propulsion  $R$ .

L'étude de la stabilité d'un régime de vol de l'aéronef (croisière, montée, descente, arrondi, virage...) est conduite de façon classique en analysant son comportement lorsque qu'il est légèrement écarté de sa position de régime.

Un écart donné de cette position est caractérisé par un accroissement du vecteur  $\mathbf{E}_x$  auquel correspondent des accroissements des trois torseurs  $\mathcal{J}$ ,  $G_x$  et  $R$ . Pour éviter des confusions ces accroissements sont désignés par la notation  $\Delta()$ , qui représente une quantité petite de premier ordre.

Quelques indications sont données sur les régimes de vol avant d'aborder l'étude théorique de la stabilité.

**I.2. REGIMES DE VOL.**- Ils peuvent être définis et classés par ordre de difficulté croissante en ce qui concerne l'étude de leur stabilité. Cette étude est classique, depuis de nombreuses années, dans le cas des régimes linéaires, mais elle n'a pu être menée à bien à l'heure actuelle, que dans quelques cas particuliers de régimes non-linéaires.

**I.2.1- Régimes linéaires.**- Le torseur des forces aérodynamiques et de propulsion de ces régimes est une fonction linéaire du vecteur d'état. soit :

$$\mathbf{R} = \mathbf{K}_x \mathbf{E}_x ,$$

dans cette relation  $\mathbf{K}_x$  est une matrice dont tous les termes sont des constantes par hypothèse.

Ces constantes sont, par définition, des dérivées de stabilité du premier ordre.

Parmi les régimes répondant à ces conditions se trouvent :

- les régimes de vol normal des avions ayant un plan de symétrie (croisière, montée, descente, arrondi). Le vecteur d'état et le torseur aérodynamique de ces régimes ont leurs composantes transversales nulles. La trajectoire du centre de gravité est rectiligne, ou de faible courbure, et de faible pente. La vitesse est constante. Ces régimes sont appelés dans ce qui suit, régimes symétriques linéaires.

- les régimes de manoeuvre normale des avions rendus légèrement dissymétriques par les braquages des gouvernes ou le réglage des forces de propulsion (virage, glissade). Les vecteurs  $\mathbf{E}_x$  et  $\mathbf{R}$  de ces régimes ont des composantes longitudinales et transversales non-nulles; mais, généralement les composantes longitudinales de  $\mathbf{R}$  ne dépendent que des composantes de même nature de  $\mathbf{E}_x$ , il en est de même de leurs composantes transversales.

Lorsque cette condition est vérifiée, le régime de vol peut être considéré comme un régime dissymétrique sans couplage aérodynamique.

### I.2.2- Régimes non-linéaires.

Ce sont des régimes pour lesquels il n'existe pas de relation linéaire entre  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{E}_x$ . Il est toujours possible d'écrire formellement  $\mathbf{R} = \mathbf{K}_x \mathbf{E}_x$ , mais dans ce cas les éléments de  $\mathbf{K}_x$  sont des fonctions de  $\mathbf{E}_x$  et/ou du temps.

Les régimes suivants répondent généralement à ces conditions :

- les régimes de vol des engins de forme élançée dont les termes de rappel et d'amortissement aérodynamiques n'évoluent pas linéairement avec l'angle d'incidence.

- les manoeuvres à facteur de charge élevé des avions de combat en transsonique.
- les figures acrobatiques,
- les cas de vol marginaux dangereux pour la sécurité de l'avion ( décrochage, vrille, etc. ).

Dans ces divers régimes, les accélérations linéaires et angulaires, les angles d'incidence et de dérapage atteignent des valeurs importantes, pour lesquelles les éléments de  $\mathbf{K}_x$ , c'est-à-dire les dérivées de stabilité, évoluent de façon importante en fonction de  $\mathbf{E}_x$ .

Il arrive même que les variations de  $\mathbf{R}$  en fonction de  $\mathbf{E}_x$ ,

- ne sont pas des fonctions définies, mais des fonctionnelles qui dépendent des valeurs de  $\mathbf{E}_x$  en fonction du temps,
- présentent pour certaines valeurs de  $\mathbf{E}_x$  des discontinuités pour lesquelles des éléments de  $\mathbf{K}_x$  ne sont pas définis,
- sont multiformes, soit à la suite du passage par une discontinuité, soit par effet d'hystérésis.

### I.2.3- Expressions du vecteur d'état, du torseur aérodynamique et de leurs accroissements du premier ordre. Variables aérodynamiques.

- Le vecteur d'état  $\mathbf{E}_x$  est composé de deux vecteurs, la vitesse du centre de gravité  $\mathbf{V}$  et la rotation  $\Omega$ . Son expression dans les axes avion peut être écrite sous diverses formes transposées :

$$\overline{\mathbf{E}_x} = \overline{\mathbf{V}\Omega} = [u \ v \ w \ p \ q \ r] = [V \cos \alpha \cos \beta \quad V \sin \beta \quad V \sin \alpha \cos \beta \quad p \quad q \quad r].$$

Les variables couramment utilisées dans les études d'aérodynamique  $V, \alpha, \beta$  apparaissent dans l'expression écrite à droite.

Le torseur des forces aérodynamiques et de propulsion a pour expression transposée dans les mêmes axes:

$$\overline{\mathbf{R}} = [X \ Y \ Z \ L \ M \ N].$$

- L'accroissement du vecteur d'état peut être présenté sous deux formes transposées :

$$\overline{\Delta \mathbf{E}_x} = [\Delta u \ \Delta v \ \Delta w \ \Delta p \ \Delta q \ \Delta r] \quad \text{et} \quad \overline{\Delta \mathbf{E}^*} = [\Delta V \ \Delta \beta \ \Delta \alpha \ \Delta p' \ \Delta q' \ \Delta r'],$$

qui sont liées par la relation:

$$\Delta \mathbf{E}^* = \mathbf{P}_x \Delta \mathbf{E}_x / V,$$

L'expression  $\Delta \mathbf{E}^*$  sans dimension est utilisée couramment dans les mesures des dérivées de stabilité. L'expression développée de  $\mathbf{P}_x$  est écrite en annexe A.1.4.

- L'accroissement du torseur aérodynamique a pour expression transposée :

$$\overline{\Delta \mathbf{R}} = [\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z \ \Delta L \ \Delta M \ \Delta N].$$

S'il existe une relation linéaire entre  $\mathbf{R}$  et  $\mathbf{E}$ , leurs accroissements sont reliés par :

$$\Delta \mathbf{R} = \mathbf{K} \Delta \mathbf{E} \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = \mathbf{K}_x \mathbf{P}_x^{-1} V.$$

Les expressions précédentes ne sont valables que pour des valeurs de  $\Delta$  ( ) petites du premier ordre.

### I.3 - STABILITÉ D'UN RÉGIME DE VOL.

L'étude théorique de la stabilité d'un régime de vol consiste à rechercher les solutions des équations différentielles des petits mouvements de l'aéronef qui donnent l'évolution, en fonction du temps, de l'écart du vecteur d'état à sa valeur de régime.

a) - Si le régime est linéaire, les équations différentielles sont linéaires à coefficients constants. Dans la première partie de ce paragraphe, l'établissement de ces équations est rappelé dans les cas les plus classiques. Elles sont présentées sous la forme canonique couramment utilisée dans la pratique. Les relations entre les expressions des dérivées de stabilité figurant dans les équations et les coefficients aérodynamiques sans dimension qui les représentent sont précisées.

b) - Les moyens d'étude de la stabilité des régimes non-linéaires paraissent avoir été très peu développés à l'heure actuelle pour diverses raisons. En ce qui concerne les avions, la complexité des phénomènes aérodynamiques se prête difficilement au choix d'un modèle mathématique les représentant correctement et les moyens de calcul nécessaires aux applications numériques d'approximations théoriques viennent à peine d'entrer dans la pratique courante. De plus, les moyens d'essais susceptibles de fournir les valeurs des coefficients aérodynamiques dans ces régimes sont encore à créer.

Il a donc fallu se contenter d'étudier la stabilité avec les moyens expérimentaux existants, par exemple avec des mesures en soufflerie à grande incidence sur maquette fixe, en oscillations de faible amplitude et en soufflerie verticale de vrille, sans porter d'effort théorique particulier.

Par contre, en ce qui concerne les missiles l'expérience a montré, dès les années 1950, que les méthodes linéaires étaient trop insuffisantes et qu'il était indispensable de faire appel, dans la mesure du possible aux méthodes non-linéaires existantes.

Ces méthodes, basées sur les travaux de POINCARÉ (1881) et de LJAPOUNOV (1892) ont été développées en vue de répondre aux besoins créés par les techniques d'automatisme; elles ne peuvent évidemment être étendues à l'ensemble des systèmes non-linéaires, mais elles permettent de traiter de nombreux cas particuliers rencontrés dans la pratique.

Des traités d'initiation à ces méthodes ont été publiés; parmi lesquels celui de W. CUNNINGHAM, en langue anglaise, paru en 1958 (24). En langue française, la nouvelle édition du traité de CH. GILLE, P. DECAULNE et M. PELEGRIN, publiée en 1975, donne un aperçu complet de l'état actuel de la question et contient une importante documentation (25).

Quelques remarques sur des applications de méthodes non-linéaires aux études de dynamique du vol et un exemple simple d'établissement des équations de stabilité d'un régime de vol non-linéaire d'un engin de révolution élané sont présentés au paragraphe

### I.4 - STABILITÉ D'UN RÉGIME DE VOL LINÉAIRE SYMÉTRIQUE.

Dans ce régime le plan de symétrie de l'avion reste vertical et fixe par rapport à la terre. Le cas le plus courant est celui du vol à vitesse constante sur une trajectoire rectiligne de faible pente, qui est le seul analysé ici.

Ce régime est caractérisé par les valeurs suivantes:

$$V \text{ constant}, \quad \Omega = \theta, \quad \alpha \text{ constant}, \quad \beta = 0, \quad \gamma_a \text{ constant.}$$

Le vecteur d'état  $\bar{E}_x$  et le torseur  $\bar{R}$  ont pour expressions transposées :

$$\bar{E}_x = [u \quad 0 \quad w \quad 0 \quad 0 \quad 0] \implies \bar{E} = [V \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

et

$$\bar{R} = [X \quad 0 \quad Z \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

Les expressions des accroissements  $\Delta E$  et  $\Delta R$  sont écrites au paragraphe I.2.3 ci dessus.

La valeur de la pente de la trajectoire  $\gamma_a$ , ou celle de l'assiette longitudinale  $\Theta$  liées par,

$$\Theta = \gamma_a + \alpha,$$

complète les caractéristiques du régime. La valeur de  $\Theta$  intervient dans les projections de la pesanteur sur les axes du trièdre avion; elle a donc une influence sur les conditions de stabilité en vol et en soufflerie.

En position de régime, l'accélération est nulle, l'équation du mouvement exprime que le torseur des forces extérieures est nul.

$$\bar{R} + \bar{G}_x = 0,$$

$\bar{G}$  représente la pesanteur, son moment par rapport au centre de gravité est nul.

- dans le trièdre normal terrestre,

$$\bar{G}_0 = [0 \quad 0 \quad mg \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

- dans le trièdre avion et dans une attitude quelconque  $\Theta \neq 0$ ,  $\Phi \neq 0$

$$\bar{G}_x = mg [-\sin\Theta \quad \sin\Theta \cos\Theta \quad \cos\Theta \cos\Theta \quad 0 \quad 0 \quad 0],$$

en régime de vol symétrique,  $\Phi = 0$ ,

$$\bar{G}_x = mg [-\sin\Theta \quad 0 \quad \cos\Theta \quad 0 \quad 0 \quad 0].$$

#### 1.4.1 - Equation des torseurs d'effort des petits mouvements de stabilité.

Les torseurs d'efforts résultant d'un petit écart de l'aéronef de sa position de régime sont liés par:

$$(1) \quad \Delta \mathcal{J} = \Delta \mathbf{R} + \Delta \mathbf{G}_x .$$

Le torseur des forces d'inertie peut s'écrire sous la forme:

$$\mathcal{J} = \mathbf{D} . m . \mathbf{E}_x ,$$

dont l'expression développée est donnée en annexe A1.1 ; son accroissement a pour expression:

$$\Delta \mathcal{J} = \Delta (\mathbf{D} . m . \mathbf{E}_x) = \Delta \mathbf{D} . m . \mathbf{E}_x + \mathbf{D} . m . \Delta \mathbf{E}_x ,$$

En régime de vol symétrique à trajectoire rectiligne,  $\mathbf{D}$  est au second ordre près une matrice diagonale l'opérateurs  $d/dt$  d'ordre 6, qui peut être représentée par :

$$\mathbf{D} \cong (\dot{\quad}) .$$

Le symbole  $(\dot{\quad})^*$  utilisé dans la suite désigne l'opérateur sans dimension :  $d/dt = \frac{1}{V} \frac{d}{dt} = (\dot{\quad})^*$ .

Le terme :

$$\Delta \mathcal{J}_\Omega = \Delta \mathbf{D} . m . \mathbf{E}_x ,$$

dont le développement est indiqué en annexe A1.5, est le torseur des forces d'inertie d'entraînement dues à la rotation.

$m$  et  $(\dot{\quad})$  étant symétriques sont commutables, de sorte que:

$$\mathbf{D} . m . \Delta \mathbf{E}_x \cong m . \Delta \dot{\mathbf{E}}_x ,$$

l'équation (1) se présente alors sous la forme:

$$(2) \quad m . \Delta \dot{\mathbf{E}}_x = \Delta \mathbf{R} + \Delta \mathbf{G}_x - \Delta \mathcal{J}_\Omega$$

avec,

$$\Delta \mathbf{R} = \frac{\rho}{2} V^2 S k \Delta \mathbf{C}_R \quad \text{et} \quad \Delta \overline{\mathbf{G}}_x = mg \{ [-\cos \theta \quad 0 \quad -\sin \theta \quad 0 \quad 0 \quad 0] \Delta \theta + [0 \quad \cos \theta \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \Delta \phi \} .$$

$\Delta \mathbf{C}_R$  est l'accroissement du torseur des coefficients aérodynamiques sans dimension et  $k$  une matrice diagonale d'ordre 6 dont les éléments sont égaux à 1 et -1 pour les forces, et  $l$  pour les moments, conformément aux recommandations des normes, soit:

$$k = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Dans le cadre des hypothèses écrites au début de ce chapitre, le vecteur d'état est nécessairement une fonction continue du temps, et dans la pratique on admet que  $\Delta \mathbf{C}_R$  est une fonction linéaire de  $\Delta \mathbf{E}^*$  et de sa dérivée première par rapport au temps,  $\Delta \dot{\mathbf{E}}^*$  soit:

$$\Delta \mathbf{C}_R \cong [ \mathbf{C}_{R,E} + \mathbf{C}_{R,\dot{E}} (\dot{\quad})^* ] \Delta \mathbf{E}^* .$$

Les dérivées aérodynamiques de stabilité sont les éléments des matrices carrées d'ordre 6 qui représentent les dérivées partielles du torseur sans dimension  $\mathbf{C}_R$  par rapport aux éléments de  $\mathbf{E}^*$  et  $\dot{\mathbf{E}}^*$ . Elles sont constantes en régime linéaire.

Il en résulte l'expression suivante de  $\Delta \mathbf{R}$  :

$$\Delta \mathbf{R} = \frac{\rho}{2} V^2 S k \mathbf{C}_{R,E} \Delta \mathbf{E}^* + \frac{\rho}{2} V^2 S k \mathbf{C}_{R,\dot{E}} \Delta \dot{\mathbf{E}}^* .$$

#### 1.4.2 - Tenseurs de masse entraînée et de masse apparente.

La présence d'un terme en  $\Delta \dot{\mathbf{E}}$  dans l'expression de  $\Delta \mathbf{R}$  conduit à introduire la notion de masse entraînée. La dérivée  $\Delta \dot{\mathbf{E}}_x$  qui intervient en dynamique du vol s'exprime en effet par :

$$\Delta \dot{\mathbf{E}}_x = \frac{V^2}{l} \mathbf{P}_1^{-1} \Delta \dot{\mathbf{E}}^* ,$$

de sorte que l'équation du mouvement prend la forme :

$$(3) \quad (m + m_0) \Delta \dot{\mathbf{E}}_x = \frac{\rho}{2} V^2 S k \mathbf{C}_{R,E} \Delta \mathbf{E}^* + \Delta \mathbf{G}_x - \Delta \mathcal{J}_\Omega ,$$

dans laquelle on a posé:

$$m_0 = - \frac{\rho}{\mu} k \mathbf{C}_{R,\dot{E}} \mathbf{P}_1 , \quad \text{avec} \quad \mu = \frac{2m}{\rho S l} \quad (\text{masse réduite}) .$$

Compte tenu des dimensions de  $\mathbf{k}$  et de  $\mathbf{R}$  (annexe A.I.4) les éléments de  $\mathbf{m}_0$  relatifs aux vitesses de translation ont les dimensions d'une masse d'où l'appellation traditionnelle de masse entraînée ; les éléments relatifs aux vitesses angulaires ont les dimensions d'une inertie. La matrice  $\mathbf{m}_0$  peut donc être appelée tenseur de masse entraînée et le tenseur  $\mathbf{m} + \mathbf{m}_0$  représente la masse apparente de l'aéronef.

#### 1.4.3. Torseur d'accélération relatives.

Par ailleurs  $\Delta \mathcal{E}_\Omega$  (voir annexe A.I.5) est une fonction linéaire de  $\Delta \Omega$ , donc de  $\Delta \Omega^*$  ; ce terme peut donc se combiner avec  $\Delta \mathbf{R}$  pour aboutir à la présentation de (3) sous une forme compacte :

$$(4) \quad \Delta \dot{\mathbf{E}}_x = \mathbf{M} \Delta \mathbf{E}_x^* + \Delta \mathbf{g}_x$$

Les expressions de la matrice  $\mathbf{M}$  et du vecteur  $\Delta \mathbf{g}_x$  sont développées aux paragraphes suivants dans lesquels les équations des petits mouvements de stabilité longitudinale et de stabilité transversale sont établies séparément.

Remarques : Les matrices  $\mathbf{C}_{R,E}$  et  $\mathbf{C}_{R,\dot{E}}$  comportent, en principe, chacune 36 éléments, mais les valeurs d'un grand nombre d'entre eux sont nulles par raison de symétrie ; dans le cas des régimes de vol courants des avions et des missiles, la masse fluide entraînée est très faible au regard de la masse de l'aéronef, le plupart des termes de  $\mathbf{C}_{R,E}$  peuvent être négligés. Par contre, si la masse volumique de l'aéronef est voisine de celle du fluide dans lequel ils évoluent [26] et [27], il faudra tenir compte d'un plus grand nombre de termes de  $\mathbf{C}_{R,\dot{E}}$ , c'est le cas particulier des dirigeables.

- Le torseur sans dimension  $\Delta \mathbf{C}_R$  et les matrices de dérivées  $\mathbf{C}_{R,E}$  et  $\mathbf{C}_{R,\dot{E}}$  sont fonctions du nombre de Mach, sauf aux régimes de faible vitesse subsonique où le fluide peut être considéré comme incompressible.

L'expression de  $\Delta \mathbf{C}_R$  en régime linéaire, écrite ci-dessus, doit être complétée par l'addition du torseur  $\Delta \mathbf{C}_R(\mathcal{M})$ , d'expression :

$$\Delta \mathbf{C}_R(\mathcal{M}) = \Delta \mathbf{C}_{R,\mathcal{M}} \Delta \mathcal{M} = \left( \mathbf{C}_{R,E} \frac{\partial \mathbf{E}^*}{\partial \mathcal{M}} + \frac{\partial \mathbf{C}_{R,E}}{\partial \mathcal{M}} \mathbf{E}^* + \mathbf{C}_{R,\dot{E}} \frac{\partial \dot{\mathbf{E}}^*}{\partial \mathcal{M}} + \frac{\partial \mathbf{C}_{R,\dot{E}}}{\partial \mathcal{M}} \dot{\mathbf{E}}^* \right) \Delta \mathcal{M}$$

avec

$$\overline{\mathbf{E}}^* = [V_0, 0, 0, 0, 0, 0], \quad \overline{\dot{\mathbf{E}}}^* = [\dot{V}_0/V_0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

où  $V_0$  est une vitesse de référence dont la valeur est fixée arbitrairement.

Les termes entre parenthèses restent constants par hypothèse au cours des petits mouvements de stabilité autour de  $\mathbf{E}^*$  et  $\dot{\mathbf{E}}^*$  donnés ; en conséquence la stabilité d'un régime de vol fonction du nombre de Mach dans ces conditions est encore régie par une équation linéaire de la forme (3) ou (4).

#### 1.4.4. Expressions des composantes longitudinales et transversales des torseurs dans le repère lié à l'aéronef.

En décomposant la matrice "unité" en une somme de deux matrices dégénérées d'ordre 6 et de rang 3 :

$$\mathbf{1} = \mathbf{e}_L + \mathbf{e}_T \quad \text{avec} \quad \mathbf{e}_L = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{e}_T = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 1 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Le produit à gauche d'un torseur (ou d'un vecteur) quelconque de rang 6 par  $\mathbf{e}_L$  et par  $\mathbf{e}_T$  permet de disjoindre les composantes longitudinales indicées  $L$ , des composantes transversales indicées  $T$  de ce torseur.

A titre d'exemple, le calcul est appliqué au torseur des forces aérodynamiques et de propulsion  $\mathbf{R}$  dont les composantes longitudinales  $\mathbf{R}_L$  et les composantes transversales  $\mathbf{R}_T$  ont comme transposées :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_L \mathbf{R} = \mathbf{R}_L = [X \ 0 \ Z \ 0 \ M \ 0] \\ \mathbf{e}_T \mathbf{R} = \mathbf{R}_T = [0 \ Y \ 0 \ L \ 0 \ N] \end{cases}$$

et l'on retrouve  $\overline{\mathbf{R}}$  par la somme :

$$\overline{\mathbf{R}} = \mathbf{R}_L + \mathbf{R}_T = [X \ Y \ Z \ L \ M \ N]$$

De même, les transposées longitudinales et transversales de  $\Delta \mathbf{E}^*$  écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{e}_L \Delta \mathbf{E}^* = \Delta_L \mathbf{E}^* = [\Delta v^* \ 0 \ \Delta \alpha \ 0 \ \Delta q^* \ 0] \\ \mathbf{e}_T \Delta \mathbf{E}^* = \Delta_T \mathbf{E}^* = [0 \ \Delta \beta \ 0 \ \Delta p^* \ 0 \ \Delta r^*] \end{cases}$$

et l'on retrouve  $\overline{\Delta E^*}$  en faisant la somme :

$$\overline{\Delta E^*} = \overline{\Delta_L E^* + \Delta_T E^*} = [\Delta V^* \Delta \beta \Delta \alpha \Delta p^* \Delta q^* \Delta r^*] .$$

Lorsque le torseur est exprimé par le produit d'une matrice par un vecteur, par exemple  $A = M \Delta E^*$  de l'équation (4), la disjonction peut être effectuée en opérant uniquement sur la matrice, si l'on tient compte de la relation :

$$A = (e_L + e_T) M (e_L + e_T) \Delta E^* ,$$

qui peut s'exprimer par :

$$A = (e_L M e_L + e_L M e_T + e_T M e_T + e_T M e_L) \Delta E^* ,$$

ce qui revient à écrire  $M$  sous la forme :

$$M = M_L^L + M_L^T + M_T^T + M_T^L .$$

Compte tenu de la présence des colonnes de zéro dans les quatre matrices composantes de  $M$ , les expressions des composantes longitudinales et transversales de  $A$  s'écrivent :

$$\begin{cases} A_L = M_L^L \Delta_L E^* + M_L^T \Delta_T E^* \\ A_T = M_T^T \Delta_T E^* + M_T^L \Delta_L E^* \end{cases}$$

Des exemples de  $M_L^L$  et  $M_T^T$  sont donnés aux paragraphes suivants.

Des exemples de matrices croisées sont donnés en annexes.

Dans le cas du vol symétrique  $M_T^L = M_L^T = 0$ , et l'équation (4) peut être écrite sous la forme de deux équations à variables indépendantes :

$$(4.1) \quad \Delta_L \dot{E}_x = M_L^L \Delta_L E^* + \Delta_L g_x ,$$

$$(4.2) \quad \Delta_T \dot{E}_x = M_T^T \Delta_T E^* + \Delta_T g_x .$$

Les équations 4.1 et 4.2 sont les équations des petits mouvements de stabilité longitudinale et de stabilité transversale. Les torseurs d'accéléérations relatives dans le repère lié à l'aéronef figurent aux premiers membres des équations.

#### 1.4.5- Stabilité longitudinale.

Les équations des petits mouvements de stabilité longitudinale sont généralement rapportées aux axes de "stabilité" liés à l'aéronef et confondues en position de régime avec les axes aérodynamiques  $G x_a y_a z_a$ .

L'intérêt de cette disposition est de simplifier les expressions de la matrice  $M_L^L$  et du vecteur  $\Delta g_x$ , qui peuvent être ensuite rapportées à des axes  $x z$  différents par un changement de repère.

Dans le repère de "stabilité", l'angle d'incidence est nul et l'angle d'assiette longitudinale est égal à la pente de la trajectoire :

$$\alpha = 0 \quad , \quad \theta = \gamma_a$$

Les expressions du vecteur d'état  $E_x$  et  $E$  sont identiques, ainsi que celles de leurs accroissements :

$$\overline{E}_x = \overline{E} = [V \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad , \quad \overline{\Delta E}_x = \overline{\Delta E} = [\Delta V \ 0 \ V \Delta \alpha \ 0 \ \Delta q \ 0] .$$

L'équation (4.1) peut alors s'écrire sous la forme :

$$(5) \quad \Delta_L \dot{E} = M_{L_a}^L \Delta_L E^* + \Delta_L g_{L_a}$$

avec :  $M_{L_a}^L = \frac{\rho}{2} V^2 S [(m + m_{oa})_L^L]^{-1} k (C_{RL, EL} + \mathcal{L}_L^L)$  et  $\Delta_L g_{L_a} = [(m + m_{oa})_L^L]^{-1} \Delta_L G_{L_a}$ .

L'indice  $a$  qui désigne les axes de "stabilité", n'est pas répété de façon systématique aux paragraphes a) et b) ci-dessous pour soulager l'écriture.



et son inverse :

$$[(m+m_{oa})L]^{-1} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & \rho & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \frac{m}{l_y} \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

Dans l'expression de  $M_{La}^L$  écrite ci-dessous, le terme  $\frac{l}{\mu l_y} C_{m\dot{a}}$  (ligne 5, colonne 2) est multiplié par  $\mu$  seul élément non nul de  $\mathcal{L}_{La}^L$ .

Il faut toutefois signaler que les valeurs de  $C_{z\dot{a}}$  et  $C_{zq}$  entrent dans le calcul de  $C_{m\dot{a}}$  et  $C_{mq}$  (voir annexe A.I.2.4) ; il est donc utile de les connaître.

Expressions de  $M_{La}^L$  et  $M_L^L$ .

Compte tenu de la relation :

$$\frac{\rho}{2} v^2 S = \frac{m}{\mu} \frac{v^2}{l}$$

L'expression approchée de  $M_{La}^L$  a pour forme développée :

$$M_{La}^L = \frac{v^2}{\mu l} k^{-1} \begin{bmatrix} 2C_x & 0 & C_{x\alpha} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2C_z & 0 & C_{z\alpha} & 0 & -\mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r_y^2} C_{m\dot{a}} & 0 & \frac{1}{r_y^2} (C_{mq} + C_{m\dot{a}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\frac{1}{r_y^2} = \frac{m l^2}{l_y}$$

On remarque que les éléments de la matrice développée au second membre sont sans dimensions.

Les coefficients  $C_x$  et  $C_z$  sont ceux de la polaire Eiffel du planeur symbolisés par  $-C_{x\alpha}^A$  et  $-C_{z\alpha}^A$  au paragraphe 1.7.1 des normes ISO et françaises ; ces coefficients sont représentés par les symboles  $C_D$  et  $C_L$  dans les publications en langue anglaise.

En régime de vol symétrique ( $\beta = 0$ ), les deux repères  $Gx_a y_a z_a$  et  $Gxyz$  ont en commun l'axe  $Gy$ . Une rotation  $\alpha$  dans le sens positif amène  $x_a z_a$  sur  $xz$ . Il en résulte que les éléments de  $M_L^L$  rapportés à  $Gxyz$  sont liés à ceux de  $M_{La}^L$  par la relation suivante (voir annexes A.I.2.2. et A.I.2.3) :

$$M_L^L = P_a M_{La}^L \bar{P}_a$$

qui peut être représentée sous forme développée par l'expression :

$$M_L^L = \frac{v^2}{\mu l} k^{-1} \begin{bmatrix} X_u & 0 & X_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Z_u & 0 & Z_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_w & 0 & m_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les auteurs des références [21] [22] et [23] utilisent les mêmes symboles, mais avec des définitions différentes à un facteur scalaire près.

Dans cette expression les éléments de la matrice développée au second membre sont sans dimension. Ils s'expriment en fonction des éléments de  $C_{RL,EL}$  et  $C_{RL,ÉL}$ , retenus après les approximations par la relation :

$$\begin{bmatrix} X_u \\ X_w \\ Z_u \\ Z_w \\ m_w \\ m_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2C_x & 2C_z - C_{x\alpha} & C_{z\alpha} & 0 \\ C_{x\alpha} & 2C_x - C_{z\alpha} & -2C_z & 0 \\ 2C_z & 2C_x - C_{z\alpha} & -C_{x\alpha} & 0 \\ C_{z\alpha} & 2C_z + C_{x\alpha} & 2C_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{m\alpha} \\ 0 & 0 & 0 & C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha \\ \frac{m \dot{\alpha}^2}{I_y} \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\Delta_L g_{1a}$  a pour expression transposée :

$$\overline{\Delta_L g_{1a}} = g [-\cos \gamma_a \quad 0 \quad -\sin \gamma_a \quad 0 \quad 0 \quad 0] \Delta \Theta$$

en rappelant qu'en position de régime, dans le repère  $G_{x_a, y_a, z_a}$ ,

$$\Theta = \gamma_a$$

Par ailleurs (annexe A.I.3.1)  $\Delta \Theta$  est relié à  $\Delta q$  par la relation cinématique :

$$\Delta \dot{\Theta} - \Delta q = 0$$

Et dans le repère  $G_{xyz}$  :

$$\Delta_L g_x = P_a \Delta_L g_{1a}$$

d'expression transposée :

$$\overline{\Delta_L g_x} = g [-\cos(\gamma_a + \alpha) \quad 0 \quad \sin(\gamma_a + \alpha) \quad 0 \quad 0 \quad 0] \Delta \Theta$$

#### 1.4.6- Stabilité transversale.

Les équations des petits mouvements de stabilité transversale ne sont pas nécessairement rapportées aux axes de "stabilité" mais les aéronefs ayant généralement un plan de symétrie, les axes  $x$  et  $z$  sont choisis dans ce plan.

Les paramètres du régime de vol se présentent alors de la façon suivante :

$$\alpha \text{ et } V \text{ constants, } \Theta = \gamma_a + \alpha \text{ constants, } \beta = \Omega = 0.$$

d'où les expressions transposées du vecteur d'état :

$$\overline{E_x} = [u \quad 0 \quad w \quad 0 \quad 0 \quad 0] = [V \cos \alpha \quad 0 \quad V \sin \alpha \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

et de son accroissement :

$$\overline{\Delta_T E_x} = [0 \quad v \Delta \beta \quad 0 \quad \Delta p \quad 0 \quad \Delta r] \quad \overline{\Delta_T E_x^*} = \overline{\Delta_T E^*} = [0 \quad \Delta \beta \quad 0 \quad \Delta p^* \quad 0 \quad \Delta r^*]$$

L'équation des petits mouvements transversaux s'écrit sous la forme :

$$(6) \quad \Delta_T \dot{E} = M_T^T \Delta_T E^* + \Delta_T g_x$$

avec :

$$M_T^T = \frac{\rho}{2} V^2 S [(m + m_e) \frac{I}{I}]^k (C_{RT,ET} + \mathcal{L}_T^T)$$

Les matrices qui forment la matrice  $M_T^T$  ont pour définitions :

- a)  $C_{RT,ET}$  matrice des dérivées des coefficients transversaux par rapport aux éléments de  $\Delta_T E^*$   
 $\mathcal{L}_T^T$  coefficients de  $\Delta p^*$  et  $\Delta r^*$  de la composante transversale d'accélération d'entraînement de  $G$ , dirigée suivant l'axe  $y$  dont le calcul est indiqué en annexe A I.5.

Le produit de la somme de ces deux matrices par  $k$  a pour expression :

$$k(C_{RT,ET} + \mathcal{L}_T^T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{y\beta} & 0 & C_{yp} + \mu \sin \alpha & 0 & C_{yr} - \mu \cos \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}C_{\beta p} & 0 & \mathcal{L}C_{\beta p} & 0 & \mathcal{L}C_{\beta r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}C_{n\beta} & 0 & \mathcal{L}C_{n\beta} & 0 & \mathcal{L}C_{nr} \end{bmatrix}$$

b)  $[(m+m_e)_T^T]^{-1}$  matrice inverse de la masse apparente transversale,  
avec :

$m$  tenseur de masse,

$m_e$  tenseur de masse entraînée transversale d'expression :

$$m_e = -\frac{m}{\mu} k C_{RT,ET} P_x$$

et sous forme développée :

$$m_{eT}^T = \frac{m}{\mu} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{y\beta} & 0 & C_{yp} & 0 & C_{yr} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}C_{\beta p} & 0 & \mathcal{L}C_{\beta p} & 0 & \mathcal{L}C_{\beta r} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}C_{n\beta} & 0 & \mathcal{L}C_{n\beta} & 0 & \mathcal{L}C_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & & & \\ & & & \mathcal{L} & & \\ & & & & \mathcal{L} & \\ & & & & & \mathcal{L} \end{bmatrix}$$

Pratiquement, l'ordre de grandeur de  $\mu$  permet de négliger  $C_{yp}$  et  $C_{yr}$  dans  $C_{RT,ET}$  et la plupart des termes de  $C_{RT,ET}$  à l'exception de  $C_{\beta p}$  et  $C_{n\beta}$ . Il est donc possible d'obtenir une bonne approximation de la masse apparente transversale avec l'expression suivante :

$$(m + m_e)_T^T \cong \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & m & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ \hline & & & I_x & 0 & -I_{xz} \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix} \frac{m}{\mu} \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline 0 & \mathcal{L}C_{\beta p} & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & \mathcal{L}C_{n\beta} & 0 & & & \end{bmatrix}$$

$$\text{lit } m \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & & \\ 0 & 1 & 0 & & & \\ 0 & 0 & 0 & & & \\ \hline 0 & -\frac{\mathcal{L}}{\mu} C_{\beta p} & 0 & \frac{I_x}{m} & 0 & -\frac{I_{xz}}{m} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\mathcal{L}}{\mu} C_{n\beta} & 0 & \frac{I_{xz}}{m} & 0 & \frac{I_z}{m} \end{bmatrix}$$

Et la matrice inverse a pour expression développée :

$$[(m + m_0)M_T]^{-1} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m l^2}{\mu I_x} (C_{\ell\beta} + \frac{I_{xz}}{I_z} C_{n\beta}) & 0 & \frac{m}{I_x} & 0 & m \frac{I_{xz}}{I_x I_z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m l^2}{\mu I_z} (C_{n\beta} + \frac{I_{xz}}{I_x} C_{\ell\beta}) & 0 & m \frac{I_{xz}}{I_x I_z} & 0 & \frac{m}{I_z} \end{bmatrix}$$

Dans l'expression de  $M_T$  écrite ci-dessous, les éléments en  $1/\mu$  de la matrice précédente sont multipliés par les éléments de  $\mathcal{L}_T$  proportionnels à  $\mu$ .

Expression de  $M_T$ .

Compte tenu de la relation :

$$\frac{\rho}{2} V^2 S = \frac{m}{\mu} \frac{V^2}{l}$$

l'expression développée de  $M_T$  peut s'écrire :

$$M = \frac{V^2}{\mu l} K^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_\beta & 0 & y_p & 0 & y_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ell_\beta & 0 & \ell_p & 0 & \ell_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_\beta & 0 & n_p & 0 & n_r \end{bmatrix}$$

Les éléments de la matrice développée au second membre de cette expression sont sans dimension. Ils s'expriment en fonction des éléments de  $C_{RT,ET}$  et  $C_{RT,ET}$  retenus après les approximations par :

$$\begin{aligned} y_\beta &= C_{y\beta}, & y_p &= \sin \alpha, & y_r &= -\cos \alpha, \\ \ell_\beta &= \frac{1}{r_x^*} (C_{\ell\beta} + \frac{I_{xz}}{I_z} C_{n\beta}), & \ell_p &= \frac{1}{r_x^*} [C_{\ell p} + C_{\ell\beta} \sin \alpha + \frac{I_{xz}}{I_z} (C_{n p} + C_{n\beta} \sin \alpha)], & \ell_r &= \frac{1}{r_x^*} [C_{\ell r} - C_{\ell\beta} \cos \alpha + \frac{I_{xz}}{I_z} (C_{n r} - C_{n\beta} \cos \alpha)], \\ n_\beta &= \frac{1}{r_z^*} (C_{n\beta} + \frac{I_{xz}}{I_x} C_{\ell\beta}), & n_p &= \frac{1}{r_z^*} [C_{n p} + C_{n\beta} \sin \alpha + \frac{I_{xz}}{I_x} (C_{\ell p} + C_{\ell\beta} \sin \alpha)], & n_r &= \frac{1}{r_z^*} [C_{n r} - C_{n\beta} \cos \alpha + \frac{I_{xz}}{I_x} (C_{\ell r} - C_{\ell\beta} \cos \alpha)]. \end{aligned}$$

avec

$$r_x^{*2} = I_x / m l^2 \quad \text{et} \quad r_z^{*2} = I_z / m l^2$$

Le vecteur  $\Delta T \mathcal{G}_x$  a pour expression transposée :

$$\Delta T \mathcal{G}_x = [0 \quad \cos \theta \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] g \Delta \Phi.$$

$\Delta \Phi$  est relié à  $\Delta p$  et  $\Delta r$  par la relation cinématique (Annexe A 1.3) :

$$\Delta \dot{\Phi} - \Delta p - \Delta r \operatorname{tg} \theta = 0.$$

Si le calcul avait été conduit dans les axes de "stabilité" ( $\alpha = 0$ ), les termes en  $\alpha$  auraient disparu et les coefficients de masse entraînés ne figureraient que dans les éléments  $\ell_r$  et  $n_r$ . Or, cette représentation ne paraît pas intéressante car elle nécessite de reprendre pour chaque régime étudié le calcul du tenseur d'inertie en fonction de  $\alpha$ . Il semble plus simple de passer de  $M_{L\alpha}$  à  $M_L$  et de conserver  $M_T$  sous la forme présentée dans ce paragraphe.

L'étude qui vient d'être exposée montre comment sont établies les équations linéaires utilisées couramment en dynamique du vol en précisant les simplifications adoptées dans la pratique. Ces équations expriment le torseur des accélérations relatives en fonction des coefficients aérodynamiques de stabilité sans dimension. En particulier la présence des termes  $C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}}$  et  $C_{\ell p} + C_{\ell\beta} \sin \alpha$ ,  $C_{n r} - C_{n\beta} \cos \alpha$  etc.. est mise en évidence.

La présentation des équations de stabilité longitudinale et de stabilité transversale avec des matrices d'ordre six peut sembler fastidieuse dans le cas d'un régime de vol symétrique à trajectoire rectiligne, mais son intérêt apparaît immédiatement dès qu'il s'agit d'une manoeuvre au cours de laquelle interviennent simultanément des éléments de  $M_L^L$ ,  $M_L^T$ ,  $M_T^L$  et  $M_T^T$ .

Quelques indications sur l'étude de la stabilité de ces régimes particuliers sont présentées aux paragraphes suivants.

### 1.5 - CAS DE VOL NON-LINEAIRES A STABILITE LINEAIRE

Les torseurs d'effort résultant d'une manoeuvre quelconque de l'aéronef vérifient l'équation :

$$(7) \quad \mathcal{J} = \frac{\rho}{2} V^2 S k C_R + G_X,$$

Dans la plupart des cas cette équation est non linéaire, mais si les angles d'incidence et de dérapage restent modérés, la non linéarité n'est pas de nature aérodynamique, elle est due au couplage par inertie.

Les coefficients aérodynamiques sont pratiquement les mêmes qu'en régime linéaire symétrique étudié ci-dessus.

L'équation de stabilité écrite sous la forme (4) est encore linéaire puisque les éléments de la matrice  $M$  sont constants, mais la manoeuvre est dissymétrique

$$M_L^T \neq 0 \quad \text{et / ou} \quad M_T^L \neq 0.$$

Des éléments de nature aérodynamique dus à la dissymétrie de l'écoulement peuvent aussi figurer dans  $M_L^T$  et  $M_T^L$ . L'équation du mouvement (4) est linéaire si ces éléments sont constants.

Par ailleurs il est possible d'étendre à certains cas de vol l'étude approchée de la stabilité en deux groupes indépendants soit en analysant séparément la stabilité longitudinale et la stabilité transversale (vol rectiligne avec un dérapage de quelques degrés), soit en découplant l'étude des mouvements de rotation de celle des mouvements de translation (vrille). Dans ce dernier cas on peut admettre que la direction de  $V$  reste constante au cours d'un petit mouvement de rotation (les relations entre  $\rho$ ,  $q$ ,  $r$  et  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$  répondant à cette condition sont indiquées en annexe A I.3).

Les deux groupes d'équations linéaires simplifiées ainsi déterminées sont généralement discutés sous forme analytique, alors que le cas général ne peut pratiquement être abordé qu'à l'occasion d'applications numériques sur ordinateur.

Le calcul approché des éléments de  $M$  exposé ci-dessus, présente l'intérêt de mettre en évidence les termes des matrices  $m$ ,  $m_e$ ,  $C_{R,E}$  et  $\mathcal{L}$  dont l'influence sur la stabilité est prépondérante.

Mais, dans les applications il est désormais beaucoup plus aisé d'effectuer directement le calcul complet sur ordinateur.

Si la matrice  $M$  est connue, les solutions de l'équation linéaire (4) sans second membre donnent les amortissements et les périodes, constantes caractéristiques du mouvement.

### 1.6- REMARQUES SUR LES DOMAINES DE VOL A STABILITE NON LINEAIRE.

Tout domaine de vol pour lequel les valeurs de  $M$  sont variables dans le temps et/ou ne sont pas définies est non linéaire. Quelques remarques sur les cas de vol répondant à ces conditions sont exposées ci-dessous.

#### 1.6.1-Cas de vol où le torseur des forces aérodynamiques est continûment dérivable par rapport au vecteur d'état.

Deux exemples sont présentés :

##### 1.6.1.1- $\rho$ et $V$ variables, $C_{R,E}$ et $C_{R,E}$ constants.

L'étude de la dynamique de ce cas de vol non-linéaire n'est pas du domaine de l'aérodynamicien, sous réserve que les coefficients puissent être considérés comme indépendants des nombres de Mach et de Reynolds.

L'exemple du vol ascendant d'une fusée sonde étudié par M. Bismut [28], qui vérifie cette condition, n'est cité ici que pour mémoire. La figure ci-dessous montre les variations non-linéaires des dérivées dimensionnelles de stabilité dues à la variation de la masse volumique de l'air  $\rho$  avec l'altitude, dont il faut tenir compte étant donné l'ordre de grandeur de  $d\rho/dt$ .

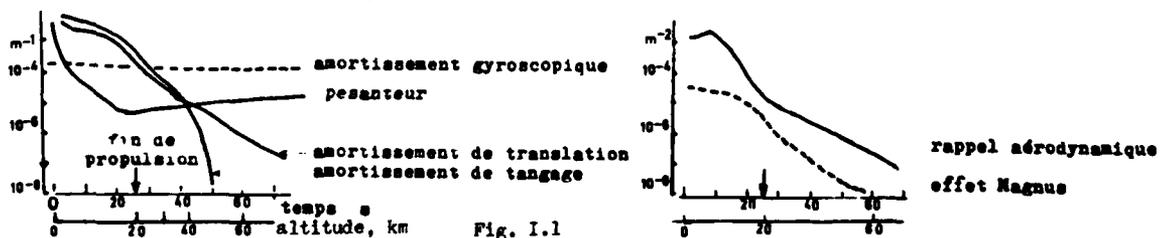


Fig. 1.1

1.6.1.2 -  $\rho$  et  $V$  variables,  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$  fonctions continues et dérivables de  $E^*$  et  $\dot{E}^*$ .

Les éléments de  $M$  sont alors complètement définis dans le domaine de valeurs de  $E^*$  et  $\dot{E}^*$ ; si, de plus, il est supposé que l'aéroplane ne rencontre pas de rafale atmosphérique se traduisant par des discontinuités sur  $\alpha$  et  $\beta$ ,  $E^*$  et  $\dot{E}^*$  sont des fonctions continues du temps.

Il existe alors, à tout instant  $t$ , une solution linéaire tangente à la solution exacte.

Les périodes et amortissements de ces solutions linéaires varient de façon continue en fonction du temps. Dans certains cas particuliers les solutions de l'équation du mouvement rendent compte de cycles-limites dont la fréquence, l'amplitude et la stabilité dépendent essentiellement des valeurs des coefficients aérodynamiques.

L'étude, faite par Murphy et Bradley [29] du mouvement "conique" d'un missile élané observé sur maquette au tunnel de tir, en donne un exemple.

La mise en équation de ce mouvement, exposée ci dessous, est limitée au cas du missile de révolution pour rester dans le cadre élémentaire du présent exposé.

Les forces aérodynamiques, la force de propulsion, la pesanteur et les forces d'inertie en accélération linéaire sont supposées constamment équilibrées suivant la direction de la trajectoire. Le module de la vitesse peut donc être quelconque et les équations du mouvement expriment seulement l'équilibre des moments par rapport au centre de gravité. De plus si l'axe  $x$  est pris comme axe de révolution, le tenseur d'inertie de l'engin a pour expression :

$$I_n = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et étant donné la forme élanée } I_x \ll 1.$$

De même, le coefficient du moment aérodynamique, autour de  $Gx$ ,  $C_l$  est supposé nul, de sorte que le coefficient du torseur des forces aérodynamiques a pour transposée :

$$[0 \ C_m \ C_n] \implies \bar{C}_R = [C_m \ C_n],$$

Ainsi les équations du mouvement, au nombre de deux, expriment l'équilibre des moments autour de deux axes rectangulaires  $Gy, Gz$  choisis arbitrairement dans le plan normal à l'axe de révolution  $Gx$ , soit :

$$(8) \quad d.m.\Omega = \frac{\rho}{2} V^2 S l C_R.$$

(8) peut être remplacée, compte tenu de la forme diagonale de  $I_n$ , par l'expression sans dimension suivante :

$$(9) \quad d^*.\Omega^* = H C_R \quad \text{avec} \quad H = \frac{\rho}{2} S l^3 / I.$$

Les variables d'état indépendantes étant au nombre de deux, on peut choisir par exemple : l'angle  $\alpha = (\hat{x}_a, \hat{x})$  de la trajectoire avec l'axe de révolution, et la composante  $p_a$  de la vitesse angulaire de rotation sur le vecteur vitesse de sorte que le vecteur  $\Omega$  a pour transposée dans les axes liés :

$$\bar{\Omega}^* = [p_a^* \cos \alpha \quad \alpha^* \quad p_a^* \sin \alpha]$$

L'expression développée de (9) s'écrit, en faisant figurer les dérivées des coefficients de stabilité aérodynamique :

$$(10) \quad \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} & -p_a^* \cos \alpha \\ p_a^* \cos \alpha & \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha}^* \\ p_a^* \sin \alpha \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} C_{m\alpha} & C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} & 0 \\ 0 & 0 & C_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha}^* \\ p_a^* \sin \alpha \end{bmatrix}$$

La symétrie de révolution entraîne  $\beta = 0$  et il n'y a aucun terme en  $C_{n\beta}$  et  $C_{n\dot{\beta}}$  dans les équations.

MURPHY et BRADLEY supposent que l'engin est dynamiquement instable dans un secteur de  $\alpha$  symétrique par rapport à l'origine. Cette instabilité s'explique si l'on admet les relations quadratiques :

$$(11) \quad \begin{aligned} C_{mq} + C_{m\dot{\alpha}} &= C_{nr}^0 + C_{nr\alpha} (1 + \alpha) \alpha^2 \\ C_{nr} &= C_{nr}^0 + C_{nr\alpha} \alpha^2 \end{aligned}$$

par raison de symétrie

$$C_{mq}^0 + C_{m\dot{\alpha}}^0 = C_{nr}^0$$

et l'on a posé

$$C_{mq\alpha} + C_{m\dot{\alpha}\alpha} = (1 + \alpha) C_{nr\alpha}$$

L'instabilité à l'origine s'exprime par l'inégalité  $C_{nr}^0 > 0$ , qui correspond à des coefficients d'amortissement de tangage et de lacet positifs à l'origine.

D'autre part, en supposant  $C_{nr}a^2 < 0$ , ces coefficients s'annulent pour des valeurs de  $a$  calculées d'après (11). Ils deviennent successivement négatifs pour des valeurs de  $a$  croissantes. D'autre part  $C_{ma}$  est supposé négatif et constant en fonction de  $a$ .

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$(12) \begin{bmatrix} \frac{d^2}{dt^2} - H[C_{nr} + C_{nr}a^2(1+a)] \frac{d}{dt} - HC_{ma} & p_a^* \cos a \sin a \\ 2p_a^* \cos a \frac{d}{dt} & \sin a \left( \frac{d}{dt} + C_{nr} + C_{nr}a^2 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ p_a^* \end{bmatrix} = 0$$

Cette équation n'est pas linéaire ; elle comprend des termes en  $a^2$ ,  $p_a^*$ ,  $\sin a$  et  $\cos a$ . Elle admet deux solutions particulières :

1°  $p_a^* = 0$  qui vérifie la seconde équation quelle que soit la valeur de  $a$  ; dans ce cas le mouvement de l'engin est une oscillation plane régie par une équation de Van der Pol :

$$\ddot{a}^* - H[C_{nr} + C_{nr}a^2(1+a)] \dot{a}^* - HC_{ma} a = 0,$$

dont la solution classique conduit à un cycle limite pour une valeur convenable de l'amplitude.

2°  $p_a^* = \text{constante}$  et  $a$  a la valeur qui annule  $C_{nr}$ , c'est-à-dire :

$$C_{nr} = 0 \implies a = -C_{nr}^0 / C_{nr}a^2$$

Cette solution indique que le mouvement "conique" est possible. On vérifie qu'il est stable si  $a > 1$  ; cette condition signalée par les auteurs se retrouve aisément à partir de l'équation des petits mouvements de stabilité qui dans ce cas particulier est linéaire.

### 1.6.2- Cas de vol où le torseur des forces aérodynamiques est dérivable par morceaux, stationnaire ou non.

Certains cas de vol à incidence élevée, comportent des discontinuités aérodynamiques provenant de décollements, le plus souvent instationnaires, qui provoquent des perturbations des qualités de vol de l'aéronef.

Il n'existe pas encore de méthode théorique d'analyse de ces discontinuités et il est nécessaire de faire appel à l'expérience pour tenter d'y remédier, voir une synthèse récente sur ce sujet de W.J. Mc CROSKY [30].

Quelques exemples de discontinuités de cette nature déterminées par des mesures en soufflerie sont exposés ci-dessous.

1.6.2.1- Dans le domaine de valeurs de  $E$  où des décollements et recollements se manifestent, les relations entre  $R$  et  $E$  sont généralement multiformes, plusieurs valeurs de  $R$  correspondent alors à une valeur donnée de  $E$ .

S'il existe un cycle limite, l'un au moins des éléments de  $E$  varie de façon cyclique et les variations de  $R$  en fonction de  $E$  présentent souvent une (ou des) boucle(s) d'hystérésis, même si la variation de  $E$  dans le temps est très lente ; c'est le cas par exemple des mesures stationnaires effectuées par valeurs discrètes en rotation uniforme.

Lorsque  $\dot{E} \neq 0$ , mais varie de façon quelconque, la forme de la boucle dépend généralement de l'évolution de  $E$  dans le temps.

La figure 1.2, tirée de la référence [31] en donne un exemple dans le cas simple du mouvement harmonique d'un profil en courant plan, pour lequel la fréquence réduite suffit à définir cette évolution.

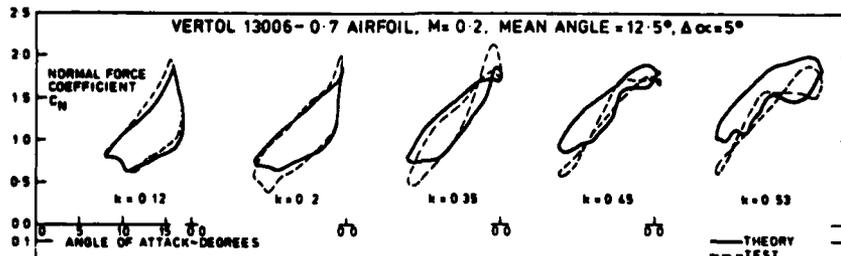


Fig. 1.2

Les boucles représentent le coefficient de force normale  $C_N$  en fonction de  $a$ , mesuré à différentes fréquences ( $k = \pi f l / V$ ,  $q^* = 2k$ ) sur un profil animé d'oscillations forcées de tangage de grande amplitude ( $\Delta \alpha = \pm 5^\circ$ ) autour de l'incidence moyenne de décrochage stationnaire.

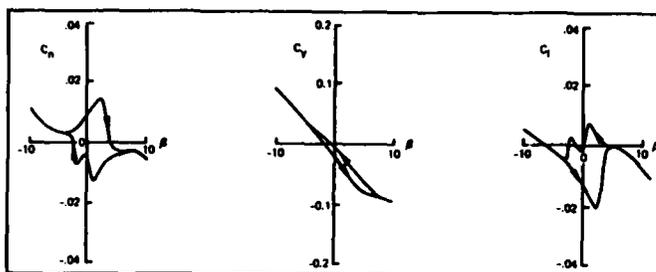


Fig. 1.3

- La figure 1.3, tirée de la référence [32] représente les cycles d'hystérésis des coefficients aérodynamiques transversaux  $C_n$ ,  $C_y$ ,  $C_z$  en fonction de l'angle de dérapage  $\beta$ , mesurés en stationnaire ( $\dot{\Omega} = 0$ ) en soufflerie à une incidence supérieure à celle du décrochage, choisie dans une zone de décroissance ou d'éclatement du tourbillon d'apex.

- Les deux exemples suivants représentent les cycles d'hystérésis obtenus en rotation uniforme par valeurs discrètes et constantes de  $\dot{\Omega}$ , soit :

$$\dot{\Omega}^* = [\dot{\rho}_0^* \ 0 \ 0] \quad \text{et} \quad \dot{\Omega} = 0 \quad \text{avec} \quad \dot{\rho}_0^* = \dot{\rho}_0^*$$

les axes  $x_1$  et  $x_2$  étant confondus.

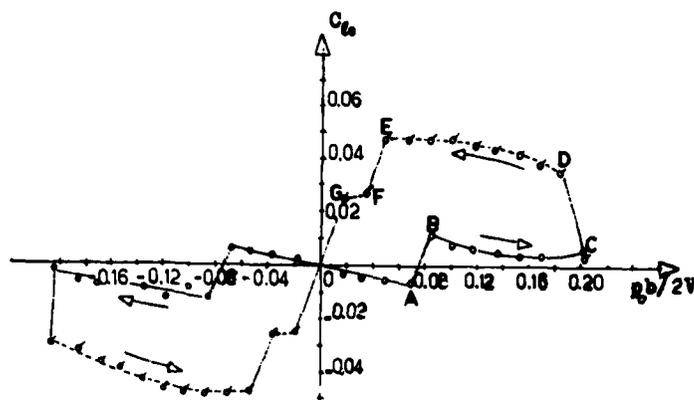


Fig. 1.4

La figure 1.4, tirée de la référence [33] montre l'évolution du coefficient de moment  $C_{m_0}$  autour de l'axe de rotation  $Gx_1$  d'une maquette ADAV d'allongement 7, disposée sur la balance représentée fig. à une incidence correspondant à un écoulement décollé ( $\alpha = 16^\circ 30'$ ,  $\beta = 0^\circ$ ).

L'évolution de ce coefficient  $C_{m_0}$ , quasi-symétrique par rapport à l'origine peut être analysée dans le domaine de valeurs positives de la vitesse angulaire réduite  $\dot{\rho}_0 = \dot{\rho}_0 b / 2V$ . Les flèches indiquent le sens d'exécution des mesures effectuées d'abord par valeurs croissantes de  $\dot{\rho}_0$ , à partir de la valeur nulle jusqu'à la valeur maximale puis en revenant à la valeur initiale par valeurs décroissantes.

La boucle d'hystérésis OABCDE présente des segments de courbe continus pouvant être assimilés, avec une approximation acceptable en première analyse, à des segments de droite de même pente.

Le premier segment passe par l'origine ; sa pente  $C_{m_0/\dot{\rho}_0}$  est constante et négative, soit :

$$C_{m_0/\dot{\rho}_0} = \text{cste d'où} \quad C_{m_0} \cong C_{m_0/\dot{\rho}_0} \dot{\rho}_0 \quad \text{donc} \quad C_{m_0} < 0 \quad \text{dans l'intervalle} \quad 0 \leq \dot{\rho}_0 \leq 0,075.$$

Lorsque  $\dot{\rho}_0$  atteint en A une valeur voisine de 0,075,  $C_{m_0}$  augmente brusquement, sa valeur passe de -0,05 à 0,01. Cet accroissement traduit vraisemblablement un décollement de l'écoulement sur la partie droite de l'aile, provoqué par l'incidence induite par la rotation dont la variation, linéaire suivant

l'envergure est croissante sur la partie droite de l'aile si  $\rho_0$  est positif. A une certaine incidence locale un décollement se produit entraînant une discontinuité de la portance locale qui impose un échelon de moment positif par rapport à l'axe de rotation ( $C_{l0} > 0$ ).

Les coefficients du moment dû au décollement et le coefficient d'amortissement  $C_{lpo}$  restent sensiblement constants dans l'intervalle :  $B \rightarrow C$

$$\text{dans lequel : } C_{l0} \cong 0,1 + C_{lpo}(0)\rho_0^*$$

révlant ainsi l'établissement d'un équilibre approximatif du régime d'écoulement décollé. Lorsque le sens de variation de la rotation s'inverse en C, on observe un nouvel accroissement de  $C_{l0}$  plus important que le précédent. Cette nouvelle discontinuité CD résulte de la brusque variation du régime de décollement, liée au changement de signe de l'accélération du mouvement.

Le nouveau régime évolue continûment en fonction de  $\rho_0^*$  et le coefficient d'amortissement de moment reste sensiblement constant jusqu'en E, à une vitesse de rotation assez faible pour qu'intervienne le recollement. Celui-ci s'effectue, par paliers, jusqu'à annulation de la vitesse de rotation.

Il faut noter que ces mesures stationnaires effectuées à  $\rho_0^*$  et  $\alpha$  constants révèlent incidemment l'influence de l'accélération de rotation sur le  $C_{l0}$ .

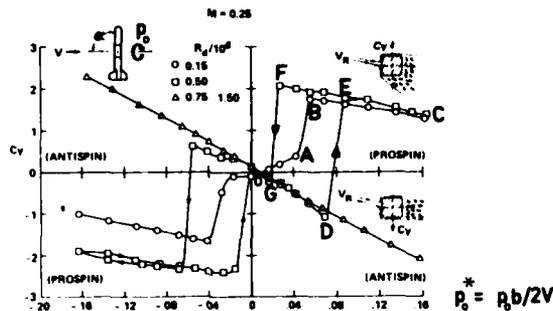


Fig. 1.5

- La figure 1.5, tirée de la référence [34] montre l'évolution du coefficient de force transversale  $C_y$  en fonction de  $\rho_0^*$  sur une maquette de missile en rotation, calée à l'incidence de  $90^\circ$  sur le montage représenté fig. AII.12. L'ogive de cette maquette est constituée par un hémisphère raccordé à un parallélépipède droit de section carrée à arêtes arrondies.

Les mesures effectuées à des nombres de Reynolds  $R_0$  variables dans le rapport de 1 à 10 confirment l'importante influence de ce paramètre sur la nature des décollements.

Elles montrent qu'un essai effectué à une valeur de  $R_0$  trop faible risque de donner une évolution du torseur  $R$  complètement différente de celle qui se présenterait sur l'appareil réel.

En effet, si l'on examine les évolutions de  $C_y$  mesurées par valeurs croissantes, puis décroissantes de  $\rho_0^*$  on constate à partir de l'origine :

- dans la zone de  $R_0$  la plus élevée, une évolution linéaire de  $C_y$  dans le domaine de  $\rho_0^*$  exploré.
- au plus faible  $R_0$ ,  $C_y$  d'abord croissant avec  $\rho_0^*$ ; vers  $\rho_0^* \cong 0,04$ , un deuxième régime apparaît, entraînant une discontinuité positive AB de  $C_y$  suivie d'une décroissance BC sensiblement linéaire; les valeurs de  $C_y$  obtenues par valeurs décroissantes de  $\rho_0^*$  sont les mêmes que celles obtenues par valeurs croissantes,
- à la valeur de  $R_0$  intermédiaire,  $C_y$  décroît linéairement de O à D suivant une droite de même pente que celle observée au nombre  $R_0$  plus élevé; puis en D une discontinuité de  $C_y$  sensiblement égale à la précédente se manifeste;  $C_y$  décroît ensuite suivant la droite EC pratiquement confondue avec celle suivie au faible  $R_0$ ; de C en E,  $C_y$  reste sur cette même droite jusqu'à ce qu'apparaisse en F une discontinuité FG ramenant au régime initial.

Un cycle d'hystérésis DEFG existe donc à cette valeur de  $R_0$ .

- L'auteur de la référence [34] associe les discontinuités observées aux faibles nombres de Reynolds à l'extension brutale de la zone décollée en aval de la maquette vers la face opposée à la rotation; le retour à la configuration initiale se faisant avec un certain retard aux  $R_0$  intermédiaires.

Cette extension du sillage et le cycle d'hystérésis qui l'accompagne disparaît progressivement lorsque  $R_0$  croît (voir les schémas représentés sur la partie droite de la figure 1.5).

1.6.2.2- Phénomènes aérodynamiques observés sur les avions au cours d'une manoeuvre à grande incidence en écoulement décollé stationnaire ou non.

La figure 1.6, extraite de la référence [35], représente le coefficient de portance  $C_z \equiv C_L$  équilibré en fonction de l'incidence, mesuré à différents nombres de Mach sur une maquette au 1/10 de l'ADAV/ADAC HARRIER, à dérapage nul.

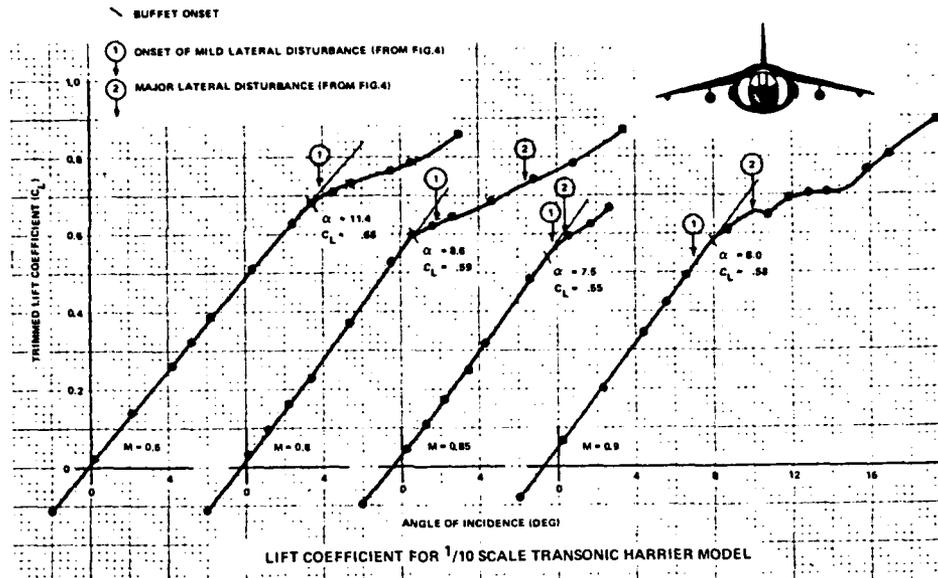


Fig. 1.6

Une discontinuité de la pente  $C_{z\alpha}$  (ou  $C_{L\alpha}$ ) est visible sur chaque courbe à une incidence critique qui décroît de  $11^\circ$  à  $8^\circ$  lorsque le nombre de Mach croît de 0,6 à 0,9. Dans ce domaine d'incidence des décollements commencent à apparaître puis s'étendent sur une partie de plus en plus importante de l'aile au fur et à mesure que l'incidence et le nombre Mach augmentent. Ces décollements à caractère instationnaire sont la cause des perturbations des qualités de vol apparaissant à incidences croissantes avant que ne soit atteint le  $C_z$  maximal, dans l'ordre suivant :

1) Le tremblement (buffeting) au cours duquel le torseur  $R$  reste généralement symétrique, mais présente une première phase de variations d'intensité relativement faible dont le spectre en forme de bruit blanc excite les modes de structure, et une seconde phase, à caractère instationnaire nettement plus marqué et d'intensité plus importante qui s'apparenterait à un sillage de tourbillons alternés avec une loi de fréquence aléatoire. [36]

2) Le balancement d'aile (wing rock), oscillation transversale de roulis, lacet et dérapage d'amplitude importante, particulièrement en roulis sur les avions de faible allongement, accompagnée d'une légère composante longitudinale. Ce mouvement est dû vraisemblablement à un processus de décollement-recollement présentant un cycle d'hystérésis moteur, analogue à celui analysé au paragraphe II.5.2.2, du second chapitre mais sous une forme antisymétrique dans ce cas particulier.

3) L'inversion de la commande de gauchissement (roll reversal) qui peut s'interpréter comme la conséquence d'une variation de la différence des efficacités  $C_{\delta_i}$  des gouvernes droite et gauche, opérant chacune dans un domaine non linéaire différent :

Pour  $\delta_i > 0$  on obtient suivant les cas  $\Delta C_l > 0$  ou  $\Delta C_l < 0$  : ceci se produit par exemple si une zone décollée s'étend systématiquement sur les gouvernes.

4) L'instabilité de direction et le départ en vrille incontrôlable.

Des indications sur la détermination de ces perturbations dans les installations au sol sont présentées ci-dessous en II.5.2.

## TECHNIQUES D'EXPERIMENTATION AU SOL

## II.1-GENERALITES.

Dans son importante communication au symposium FDP/AGARD sur les PARAMETRES DE STABILITE, tenu en Mai 78 à Athènes, ORLIK-RUCKEMANN a présenté les installations de mesure des dérivées aérodynamiques en soufflerie, utilisées à l'heure actuelle, dans la plupart des centres d'essais aérodynamiques d'Amérique du Nord et d'Europe. Des informations supplémentaires sur des installations mises en service ces derniers mois, ou encore en cours de mise au point, ont été apportées par d'autres auteurs à ce même symposium.

Ces communications montrent que, pratiquement, ces mesures sont effectuées dans des souffleries classiques sur des maquettes animées de petits mouvements dont le nombre de liberté est restreint.

Néanmoins, dans certains cas particuliers, les valeurs de ces coefficients sont obtenues par des mesures effectuées sur le mouvement d'une maquette en vol libre.

On peut aussi citer, pour mémoire, une tentative de mesure des dérivées de  $\mathbf{R}$  par rapport à  $\Omega$  sur maquette fixe dans une soufflerie dont l'écoulement est rendu artificiellement rotationnel [37].

Il a semblé superflu de reproduire dans leur ensemble les descriptions des montages et l'exposé des méthodes expérimentales déjà rassemblés dans les publications du symposium FDP/AGARD d'Athènes, plus particulièrement dans celle d'ORLIK-RUCKEMANN.

C'est pourquoi quelques schémas seulement d'installations typiques, des indications sur les ordres de grandeur et les résultats d'essais sont présentés ici à titre d'exemple. Le développement de ce chapitre est essentiellement un rappel des principes et des méthodes d'expérimentation, présenté dans l'ordre suivant :

- § II.2 Torseurs d'efforts sur une maquette en soufflerie.
- § II.3 Principes des installations d'essai.
- § II.4 Nature des informations (torseur d'efforts et vecteur d'état) et chaînes d'acquisition.
- § II.5 Procédures expérimentales et traitement des informations.

## II.2. TORSEURS D'EFFORTS SUR UNE MAQUETTE EN SOUFFLERIE.

La maquette est disposée dans la soufflerie sur un montage (ou suspension) qui sert soit à l'immobiliser, soit à l'animer d'un mouvement à un ou plusieurs degrés de liberté.

L'équation du torseur d'efforts sur la maquette dans le repère  $Gxyz$  lié à celle-ci a pour expression à tout instant  $t$  :

$$(1) \quad \mathcal{J} = \mathbf{R} + \mathbf{G}_x + \mathbf{S}_x,$$

dans laquelle  $\mathbf{S}_x$  est le torseur d'effort imposé à la maquette par la suspension.

L'équation précédente est à rapprocher de l'équation (1) du § I.4.1 établie dans le cas du vol libre.

Soit un petit intervalle de temps  $\Delta t$  défini par  $t_f - t_i$ , la différence entre les valeurs de (1) aux instants  $t_f$  et  $t_i$  s'exprime par :

$$(2) \quad m(\dot{\mathbf{E}}_{xf} - \dot{\mathbf{E}}_{xi}) = \mathbf{R}_f - \mathbf{R}_i + \Delta \mathbf{G}_x - \Delta \mathcal{J}_\Omega + \mathbf{S}_{xf} - \mathbf{S}_{xi}.$$

II.2.1- Si le torseur  $\mathbf{R}$  est continu, on peut écrire,  $\Delta(\ )$  représentant une variation arbitrairement petite :

$$\dot{\mathbf{E}}_{xf} - \dot{\mathbf{E}}_{xi} = \Delta \dot{\mathbf{E}}_x, \quad \mathbf{R}_f - \mathbf{R}_i = \Delta \mathbf{R}, \quad \mathbf{S}_{xf} - \mathbf{S}_{xi} = \Delta \mathbf{S}_x.$$

Si  $\mathbf{R}$  est dérivable par rapport à  $\mathbf{E}_x$  et  $\dot{\mathbf{E}}_x$ , (2) s'écrit :

$$(3) \quad m \Delta \dot{\mathbf{E}}_x = \frac{1}{\rho V^2 S} \mathbf{k} [C_{R,E} \Delta \mathbf{E}^* + C_{R,\dot{E}} \Delta \dot{\mathbf{E}}^* + \mathbf{e}, \mathcal{L} \Delta \mathbf{E}^*] + \Delta \mathbf{G}_x + \Delta \mathbf{S}_x.$$

La relation entre  $\Delta \mathcal{J}_\Omega$  et  $\mathbf{e}, \mathcal{L}$  est donnée en annexe A1.5, les expressions de  $\mathbf{k}$  et de  $\Delta \mathbf{G}_x$  sont indiquées au § I.4.1.

En faisant passer les termes en  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$  au premier membre, il vient :

$$(4) \quad C_{R,E} \Delta E^* + C_{R,\dot{E}} \dot{\Delta E}^* = \frac{1}{\rho V^2 S} k^{-1} [m \dot{\Delta E}_x - \Delta G_x - \Delta S_x] - \mathbf{o}_1 \mathcal{L} \Delta E^*,$$

qui s'écrit sous forme transposée :

$$(5) \quad \overline{\Delta E^* C_{R,E}} + \overline{\Delta \dot{E}^* C_{R,\dot{E}}} = \frac{1}{\rho V^2 S} [\overline{\Delta \dot{E}_x m} - \overline{\Delta G_x} - \overline{\Delta S_x}] k^{-1} - \overline{\Delta E^* \mathcal{L} \mathbf{o}_1},$$

$m$ ,  $k^{-1}$  et  $\mathbf{o}_1$  étant symétriques ont les mêmes expressions que leurs transposées.

L'équation (5) peut être considérée comme un système d'équations, dont les inconnues sont les vecteurs colonnes des matrices transposées  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$ .

$C_{R,E}$  étant supposé dérivable par rapport à  $E^*$  et  $\dot{E}^*$ , les valeurs de  $\Delta E$  et  $\Delta \dot{E}$  peuvent être maintenues dans des intervalles suffisamment petits pour que  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$  représentent, avec une bonne approximation les constantes du système linéaire tangent du cas de vol défini par  $E_x$  et  $\dot{E}_x$ .

Les valeurs de ces constantes ne sont donc pas nécessairement les mêmes dans tout le domaine de valeurs de  $E_x$  et  $\dot{E}_x$ .

Dans ces conditions, un système (5) donné comprend 2 fois 36 inconnues et théoriquement pour le résoudre il faudrait pouvoir disposer de 2 fois six ensembles de valeurs de  $\Delta E^*$  et  $\Delta \dot{E}^*$  linéairement indépendants. Cependant, pour les raisons indiquées aux paragraphes 1A.5 et 1A.6, un grand nombre d'éléments de  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$  peuvent être négligés dans l'étude de la stabilité des avions et des missiles. Les principes des méthodes expérimentales de détermination des coefficients qui interviennent effectivement sur la stabilité sont exposés au paragraphe 3 de ce chapitre.

Cette détermination ne présente pas de difficulté théorique particulière, car en principe, on peut concevoir une expérimentation qui donnerait les ensembles de vecteurs  $\Delta E^*$  et  $\Delta \dot{E}^*$  sous la forme de matrices diagonales, ce qui permettrait de calculer un par un les éléments de  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$ . C'est précisément le cas des valeurs des dérivées aérodynamiques déduites des essais stationnaires classiques, par exemple :

$$C_{z\alpha}, C_{m\alpha}, C_{y\beta}, C_{z\beta}, C_{n\beta}.$$

II.2.2- Dans le cas où le torçeur  $R$  présente soit des discontinuités, soit des variations très rapides (décrochage) l'équation (5) n'a pas de sens, mais l'équation (1) reste valide quelles que soient les valeurs de  $E_x$  et  $\dot{E}_x$ .

Les valeurs des sauts de  $C_R$ , ou de  $C_{R,E}$  et  $C_{R,\dot{E}}$  symbolisées par :

$(C_R)$ ,  $(C_{R,E})$ ,  $(C_{R,\dot{E}})$  (page 36 § II.1.5 de la référence 2 indiquée en annexe A.I.1) peuvent être calculées d'après cette équation si  $\mathcal{L}$ ,  $G_x$  et  $S_x$  sont connus dans un domaine de valeurs de  $E_x$  et  $\dot{E}_x$  incluant celles des discontinuités.

Ce mode d'interprétation peut être appliqué aux mesures comportant des variations à travers des zones de discontinuité.

Dans tous les cas où  $C_{R,E}$ ,  $C_{R,\dot{E}}$  ne sont pas constants, la méthode précédente correspond à une approximation "multilinéaire", s'il y a discontinuité elle s'accompagne généralement d'un cycle d'hystérésis [ réf. 25 page 7 I.1 § 1.2 ] et § 1.6.2.

## II.3 PRINCIPES DES INSTALLATIONS D'ESSAI

### II.3.1-Mesures stationnaires

Elles sont effectuées sur les balances de mesures stationnaires rappelées ici pour mémoire [ 38 ] et sur les balances en rotation uniforme parallèle à l'écoulement dont quelques schémas sont présentés en annexe à titre d'exemples.

On remarque que certaines de ces balances sont mises en mouvement par des moteurs hydrauliques ou à air comprimé. L'intérêt de cette disposition est précisé ci-dessous en II.3.3.3.

### II.3.2-Oscillations libres

Deux catégories de montages sont utilisés pour animer une maquette de mouvements d'oscillations "libres".

- les degrés de liberté liés avec les montages de la première catégorie sont effectivement libres sans contrainte, ce qui peut s'exprimer par :

$$\Delta S_x = 0.$$

De tels montages ont été mis en service il y a plus de dix ans [ 39 ] dans les grandes souffleries supersoniques et hypersoniques de l'A.E.D.C. à TULLAHOMA. Les axes de rotation sont matérialisés par des paliers à gaz dont la valeur du coefficient de frottement se situe au-dessous de tout seuil mesurable. Des montages à un, deux et trois degrés de liberté sont en service.

- Ceux de la seconde catégorie, dont deux modèles figurent comme exemples fig. A112, sont constitués par des articulations élastiques à lames croisées. Ce genre d'articulations ne se déforme pratiquement, qu' autour de l'axe représenté par l'intersection du plan médian des lames, par l'action d'un moment proportionnel à l'angle de déformation. La résistance mécanique de l'articulation impose toutefois de ne pas dépasser

suyant les dimensions, des angles de valeur maximale comprise entre 1 à 6 degrés. Une maquette disposée sur un tel montage prend, à la suite d'un écart de sa position d'équilibre, un mouvement d'oscillations à un degré de liberté, dits libres, mais en réalité soumises à la contrainte due à la déformation de sorte que :

$$\Delta S_1 \neq 0.$$

La valeur du coefficient d'amortissement de ces articulations, quoique nettement supérieure à celle des paliers à gaz, est encore très petite de l'ordre de :

$$0,0005 < \zeta_0 < 0,0015$$

d'après les résultats obtenus par X.VAUCHERET, représentés fig.AII

Elles sont donc parfaitement adaptées à la mesure des faibles amortissements.

Des dispositifs de commande à distance permettent d'effectuer des lâchers à une cadence suffisante pour obtenir, pendant la durée de l'écoulement sain d'une soufflerie intermittente plusieurs séries d'oscillations à une moyenne donnée, ou même à des incidences différentes. Un schéma de l'installation utilisée dans les souffleries de l'ONERA à Modane est indiqué fig.AII.3.

La figure AII.2 représente une variante d'un montage de cette catégorie spécialement étudié par le F.F.A. pour la mesure de l'amortissement d'une aile ogivale, dans sa soufflerie transsonique supersonique S4 de section de veine 1 m<sup>2</sup>.

### II.3.3-Oscillations entretenues et forcées

Les principes de ces deux modes de mise en mouvement de la maquette se distinguent entre eux de la façon suivante :

II.3.3.1-La maquette animée d'oscillations entretenues est disposée sur une suspension élastique dont la rigidité est calculée de façon à s'assurer d'au moins une fréquence de résonance. Un moteur relié à la suspension par une liaison de faible rigidité, imprévue à la maquette un mouvement d'oscillations de fréquence voisine de cette fréquence de résonance.

Dans ces conditions, la puissance nécessaire à l'entretien du mouvement est généralement minimale. Il arrive même que, lorsque les conditions correspondant à la divergence ou au flottement sont réunies, cette énergie soit empruntée à l'écoulement de la soufflerie. Le moteur doit alors être débrayé, ou même le cas échéant pouvoir fonctionner en récepteur pour s'opposer à la divergence.

Des schémas de balances du R.A.E. et du N.A.E. sont présentées en annexe à titre d'exemples fig. et fig.

Les moteurs de ces balances sont des oscillateurs électromagnétiques. Le dessin de la balance du R.A.E. a été étudié de façon à s'assurer de l'existence de trois modes d'oscillations particulières pratiquement découplés entre eux à leur fréquence de résonance. Cette disposition permet de déterminer les dérivées aérodynamiques transversales sur une maquette animée de deux modes d'oscillations en dérapage et en lacet autour de deux axes parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe du dard, puis d'un mode de roulis autour de celui-ci.

Le passage d'un mode à l'autre est obtenu, sans nécessiter aucun démontage, en faisant uniquement varier la fréquence du courant d'alimentation de l'oscillateur électromagnétique.

Le N.A.E. a réalisé et perfectionné deux modèles de balances-dard en oscillations à un seul degré de liberté en rotation. Sur l'une d'elles, la maquette est animée d'oscillations autour d'un axe perpendiculaire à l'axe du dard correspondant à des mouvements de tangage ou de lacet suivant la disposition de la maquette sur la balance. Sur l'autre, la maquette est animée d'oscillations de roulis autour de l'axe du dard.

Dans les réalisations les plus récentes l'attache de la maquette sur la partie mobile de la balance est faite par l'intermédiaire d'un dynamomètre à faible course à cinq composantes [ 14 ] ; la composante X suivant l'axe du dard n'est pas mesurée.

Les deux balances du NAE sont spécialement destinées aux mesures à grande incidence. Elles donnent les éléments des matrices  $C_{RE}$  et  $C_{RE}^*$  qui ont une influence sensible sur la dynamique du vol. Il doit cependant être noté que les résultats fournis ne sont valables que dans les domaines où le torseur  $C_R$  est continuellement dérivable.

II.3.3.2- Le principe des balances en oscillations forcées consiste à imprimer directement, à une maquette montée sur une suspension aussi rigide que possible, un mouvement d'oscillations à un ou plusieurs degrés de liberté.

L'attache de la maquette sur la suspension est faite par l'intermédiaire d'un dynamomètre à faible course. Les schémas de la plupart de ces balances, dont certaines sont en service depuis près de vingt ans, sont présentés dans la récente publication d'ORLIK-RUCKEMANN déjà citée en II.1. Il a paru néanmoins utile de rappeler à titre d'exemple la balance-dard transsonique ou supersonique du CALSPAN, mise en service en 1962, qui présente l'originalité de pouvoir mettre la maquette en oscillations de tangage d'amplitude importante ( $\pm 6^\circ$ ) autour d'un axe virtuel confondu avec l'axe transversal G de l'aéronef fig.AII.5. Cette disposition offre des perspectives intéressantes à l'heure actuelle pour l'étude du décrochage aux grandes incidences. [59].

Dans les comptes rendus du même symposium, trois balances de stabilité (rotation uniformes, oscillations entretenues et oscillations forcées) basse-vitesse ( $V \approx 60 \text{ ms}^{-1}$ ) sont présentées dans les communications du Pr. HAMER [41] et de Jan derDECKEN et al. [42]. Ces balances sont mises en mouvement respectivement par un moteur hydraulique, un oscillateur électromagnétique et des moteurs électriques à courant continu.

### II.3.3.3- Remarques sur la motorisation des balances.

Les progrès accomplis ces dix dernières années dans le développement technique des générateurs et moteurs à fluides sous pression (pneumatique et hydraulique) ont conduit à utiliser ces matériels, fabriqués industriellement, pour la motorisation des balances en rotation et en oscillations.

Ces moteurs présentent les avantages suivants :

- fournir les mêmes puissances que les moteurs électriques avec des masses et des encombrements beaucoup moins importants.

- ne pas introduire de parasites électriques au voisinage des lignes conductrices des signaux de faible niveau ( $1 \mu\text{V}$  à quelques millivolts) émis par les divers détecteurs.

On observe également que le pilotage électronique assure à l'heure actuelle avec une grande précision, soit la régulation de la vitesse de rotation, soit la stabilité de la fréquence et ceci quelle que soit la source d'énergie utilisée.

L'utilisation de l'air comprimé paraît convenir aux moteurs en rotation uniforme de faible puissance, de l'ordre de 2 kw [43], et l'hydraulique aux puissances supérieures fig. AII.2.

En outre, dans le cas particulier des oscillateurs hydrauliques asservis, l'amplitude et la position moyenne des oscillations sont réglées continuellement à distance.

A notre connaissance la première balance-dard mue par un vérin hydraulique asservi a été réalisée par l'AEDC. Les figures de la page 171 de la référence [10], montrent le vérin et sa servovalve disposés à l'extrémité amont du dard immédiatement en aval d'une articulation dont l'axe est perpendiculaire à celui du dard. Les faibles dimensions de ce dispositif permettaient de le loger à l'intérieur du fuselage de la maquette. Cette balance a été perfectionnée depuis comme le montre la fig. 9 de la référence [14].

Une balance, prévue pour être installée dans les grandes souffleries subsonique de l'ONERA à Modane (8m de diamètre) et au FAUGA (3,5 x 4,5 m<sup>2</sup>), utilisant ce mode de motorisation est en cours de montage. Elle comporte deux têtes équipées de dynamomètres, disposées à l'intérieur du fuselage, qui peuvent être fixées l'une ou l'autre à l'extrémité d'un mât vertical. L'une d'elles est destinée aux mesures stationnaires et l'autre aux mesures instationnaires. La différence essentielle entre ces deux dispositifs réside essentiellement dans les valeurs maximales des vitesses angulaires, de 1°/sec. en mesures stationnaires et 15°/sec. en essais instationnaires.

Les conditions de fonctionnement de cette balance sont approximativement :

maquette : masse  $m \leq 300 \text{ kg}$  ; inerties :  $I_x \leq 50 \text{ kg m}^2$ ,  $I_y$  et  $I_z \leq 100 \text{ kg m}^2$ ,  
envergure  $b \leq 3 \text{ m}$ ,

plages d'angles d'incidence, de dérapage et de gîte :

$$-10^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ ; \quad -40^\circ \leq \beta \leq 180^\circ ; \quad -15^\circ \leq \Phi \leq 15^\circ ,$$

L'amplitude des oscillations en tangage, lacet et roulis est de  $\pm 2^\circ$  pour un intervalle de fréquence de  $0,5 \leq f \leq 2 \text{ Hz}$ .

Enfin, le mât vertical peut être déplacé suivant son axe à une vitesse de  $4 \text{ ms}^{-1}$  sur une course de 3 mètres.

### II.3.3A Vol libre dans les installations au sol.

Les méthodes de détermination des coefficients aérodynamiques d'après l'analyse du mouvement d'une petite maquette de projectile en vol libre, au tunnel de tir ou dans une soufflerie supersonique, ont été décrites dans deux AGARDograph publiés il y a une dizaine d'années [44] et [45]. Une étude sur le même sujet poursuivie au Laboratoire de Recherches Balistiques de Vernon est parue en 1973 [46].

Les objectifs recherchés dans ces moyens d'essais étant pratiquement atteints, les efforts de modernisation de ces dernières années ont été orientés principalement sur les équipements des installations d'essais au sol spécialisées dans l'étude du vol libre d'une maquette d'avion, en vue de répondre aux questions posées par les qualités de vol brièvement exposées au paragraphe II.5.2.

Parmi les installations concernées on peut citer notamment :

- Les souffleries verticales de vrille de la NASA à Langley-Field et de l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille. Les dimensions et la vitesse de ces deux souffleries sont voisines, des maquettes de 1,5 m d'envergure peuvent y être essayées.

- L'installation d'essai en vol libre de la grande soufflerie (9m x 18m) de Langley-Field dans laquelle sont étudiées des maquettes motorisées de 1,5 m d'envergure et de 3 m de longueur.

- Le nouveau laboratoire de vol libre de l'Institut de Mécanique des Fluides de Lille disposant d'un domaine de vol de 50 m de longueur dans lequel les maquettes sont catapultées.

Le nombre de Mach de l'écoulement de ces installations se situe aux environs de 0,1.

## II.4- NATURE DES INFORMATIONS ET SYSTEMES D'ACQUISITION

Les informations recueillies en essai sont représentées par :

- les éléments du vecteur  $\Delta \mathbf{E}^*$ , de sa dérivée par rapport au temps  $\Delta \dot{\mathbf{E}}^*$  et ceux du torseur  $\Delta \mathbf{S}_x$  dans les cas où  $\overline{\mathbf{C}}_{RE}$  et  $\overline{\mathbf{C}}_{R,\dot{\mathbf{E}}}$  existent et sont calculées d'après (5), c'est-à-dire dans le domaine où  $\mathbf{R}$  est linéaire.
- Les éléments de  $\mathbf{E}_x$ ,  $\dot{\mathbf{E}}_x$  et  $\mathbf{S}_x$  en fonction du temps dans les autres cas, en particulier dans les domaines où  $\mathbf{R}$  est instationnaire ou présente des discontinuités.

Dans la pratique, l'acquisition des informations est faite en deux étapes :

a) la première correspond aux mesures stationnaires classiques, dans lesquelles il faut inclure les mesures sur balance en rotation uniforme d'axe parallèle à l'écoulement. Ces mesures donnent, d'après l'équation (1) considérée dans le cas  $\mathcal{J} = \emptyset$ , les vecteurs  $\mathbf{R}$  et par conséquent  $\overline{\mathbf{C}}_R$  dans un domaine de valeurs de  $\mathbf{E}^*$  d'expression transposée :

$$\overline{\mathbf{E}}^* = [\mathcal{K} \quad \beta \quad \alpha \quad p^* \quad q^* \quad r^*] \quad \mathbf{E} = \Omega \wedge \mathbf{V} = \emptyset \quad \overline{\Omega}^* = [p^* \quad q^* \quad r^*]$$

Les informations  $\overline{\mathbf{C}}_R$  en fonction de  $\mathbf{E}^*$  ainsi obtenues permettent :

- de calculer d'après (5) les éléments de  $\overline{\mathbf{C}}_{RE}$  gradient de  $\overline{\mathbf{C}}_R$  suivant  $\mathbf{E}^*$  dans les parties de ce domaine où  $\mathbf{R}$  est continu et dérivable ;
- d'observer et d'évaluer des discontinuités par exemple des cycles d'hystérésis visibles sur les figures 1.3 et 1.4 .

b) La seconde étape comporte l'acquisition des mêmes informations en fonction du temps sur une maquette en mouvement tel que l'un au moins des éléments de  $\mathbf{E}$  soit différent de zéro ; en outre  $\Omega$  et  $\mathbf{V}$  n'ont plus nécessairement la même direction. Ces conditions s'expriment par :

$$\dot{\mathbf{E}} \neq \emptyset \quad |\Omega \wedge \mathbf{V}| \geq 0$$

Une vue d'ensemble des systèmes d'acquisition utilisés actuellement dans les installations au sol est présentée dans la suite de ce paragraphe sous leurs deux aspects : détection et conditionnement-enregistrement.

**II.4.1-** La détection des forces est effectuée de façon classique depuis plus de vingt ans par des barreaux d'acier équipés de jauges de contrainte, généralement en silicium pour les mesures instationnaires.

- Le développement, plus récent, des techniques d'asservissement a largement contribué à la création et à la fabrication industrielle de nombreux détecteurs de grandeurs cinématiques (position, vitesse, accélération).

On peut citer à titre d'exemple :

- les résolveurs, détecteurs de position, constitués par de petits transformateurs à secondaire mobile, alimentés par un courant alternatif de 400 Hz. Les clinomètres fabriqués suivant ce principe ont une plage de mesure de 0 à 360°, dans une bande de fréquence variant du continu à plusieurs dizaines de Hz.
- Les gyromètres miniaturisés qui peuvent être logés dans les maquettes de vol libre.
- Les accéléromètres utilisés en grand nombre dans les études de résistance des structures aux vibrations. Leurs éléments sensibles sont généralement des cristaux de silicium piézo résistants ou des céramiques piézo électriques. La borne inférieure de leur bande passante part du continu pour les premiers et est de l'ordre du Hz pour les seconds, alors que la borne supérieure peut dépasser plusieurs dizaines de kHz avec l'un ou l'autre élément. Les dimensions de ces éléments miniaturisés permettent de les installer sans difficulté à l'intérieur des ailes et des empennages des maquettes.

Les signaux électriques émis par les détecteurs sont presque toujours transmis aux instruments de mesure par des conducteurs de dimensions aussi réduites que possible, néanmoins des récepteurs-émetteurs de télémessure et de télécommande miniaturisés sont actuellement embarqués sur des maquettes essayées en vol libre. Les sections des fuselages de ces maquettes sont égales ou supérieures à un décimètre carré. Un étage de préamplification est généralement interposé entre la sortie du détecteur et l'entrée de l'émetteur.

Des chaînes de télétransmission à 30 voies sont installées dans les maquettes essayées à l'Institut de Mécanique des Fluides de LILLE [ 19 ].

**II.4.2-** La première fonction du conditionnement est d'amplifier les tensions de sortie (quelques  $\mu\text{V}$  à 100 mV) des signaux émis par les détecteurs pour les rendre compatibles avec les entrées des autres organes du système d'acquisition, généralement de  $\pm 1\text{mV}$  à  $\pm 10\text{V}$ .

La sortie des amplificateurs comporte un premier étage de filtrage qui élimine, en particulier, les bruits d'origine électrique ou électronique.

Ensuite, suivant le mode de traitement adopté, les signaux ainsi obtenus sont :

- soit enregistrés sur bande magnétique analogique pour être traités en temps différé ;
- soit branchés sur des calculateurs analogiques spécialisés ;
- soit encore numérisés directement puis transmis aux registres d'un ordinateur ou enregistrés sur bande magnétique numérique ; la cadence des convertisseurs analogiques-numériques modernes est de 40 kHz.

Les ordres de commutation et d'échantillonnage sont donnés par des circuits logiques intégrés dans les calculateurs analogiques spécialisés et/ou par des ordinateurs de gestion utilisés pour l'ensemble des essais de la soufflerie.

## II.5 - TRAITEMENT DES INFORMATIONS ET PROCEDURES EXPERIMENTALES

L'objet du traitement des informations est la recherche des solutions des équations (1) ou (5), écrites au paragraphe II.2 rappelées ci-dessous :

$$(1) \quad \mathcal{J} = \mathbf{R} + \mathbf{G}_x + \mathbf{S}_x ,$$

$$(5) \quad \overline{\Delta \mathbf{E}}^* \overline{\mathbf{C}}_{R,E} + \overline{\Delta \mathbf{E}}^* \overline{\mathbf{C}}_{R,\dot{E}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho V^2 S} [\overline{\Delta \mathbf{E}}_x \mathbf{m} - \overline{\Delta \mathbf{G}}_x - \overline{\Delta \mathbf{S}}_x] \mathbf{k}^{-1} - \overline{\Delta \mathbf{E}}^* \overline{\mathcal{L}}_0 ,$$

dans lesquelles  $\mathbf{R}$  (donc  $\mathbf{C}_R$ ) ou  $\overline{\mathbf{C}}_{R,E}$ ,  $\overline{\mathbf{C}}_{R,\dot{E}}$  sont les inconnues.

Les informations d'essais sont affectées de bruits à caractère plus ou moins aléatoire et d'intensité relativement faible lorsqu'ils sont dus à la turbulence de l'écoulement de la soufflerie ; par contre leur intensité devient importante s'ils sont provoqués par des singularités de l'écoulement sur la maquette (décollements et ondes de choc instationnaires).

L'une des fonctions essentielles du traitement des informations est, par conséquent, de dépouiller les signaux utiles des bruits aléatoires et si possible de les évaluer. A cet effet, ces dernières années, ont été développés parallèlement des méthodes et moyens de filtrage analogiques et numériques.

Grâce aux progrès constants de l'informatique, il apparaît maintenant que les moyens de traitement entièrement numérique, beaucoup plus précis, sont appelés à remplacer les moyens analogiques ou hybrides actuellement en service, dès que des temps de réponse assez brefs pour satisfaire les besoins de traitement en temps réel auront été obtenus. Cette généralisation ne sera effective qu'après la mise au point de mini-ordinateurs conçus spécialement pour une fonction particulière, déjà éprouvée à l'occasion des réalisations de traitement analogique telles que par exemple : le dispositif (dampometer) de mesure des coefficients d'amortissement réduit en oscillations libres [47] ou la commande automatique d'une gouverne anti-flottement dont le schéma est indiqué fig. 1, page 13 de la référence [48].

Dans la pratique, les mesures sur des maquettes en mouvement avec et sans écoulement aérodynamique, sont traitées le cas échéant linéairement d'après l'équation (5) suivant des méthodes exposées ci-dessous en

II.5.1. Dans le cas contraire et faute de mieux la recherche des solutions de (1) n'est pour le moment entreprise, à de rares exceptions près, évoquées en II.5.2, qu'à partir des mesures stationnaires classiques. Cette procédure est appliquée également aux mesures obtenues avec des balances en rotation uniforme parallèle ou non à l'écoulement.

Or, les installations au sol disposent à l'heure de moyens de traitement assez puissants pour aborder la recherche des solutions de (1).

### II.5.1 - Méthodes linéaires

Elles ne s'appliquent qu'à la détermination des matrices  $\mathbf{C}_{R,E}$  et  $\mathbf{C}_{R,\dot{E}}$  dont les éléments sont des constantes.

#### II.5.1.1 - Oscillations libres

Le principe du traitement est rappelé dans le cas simple des oscillations de tangage à un seul degré de liberté  $\Delta \theta$ , avec rappel élastique.

Dans ce cas, compte tenu de :

$$\Delta \theta = \Delta \alpha \quad \text{et} \quad \Delta \dot{\theta} = \Delta q ,$$

Les transposées du vecteur d'état et de sa dérivée par rapport au temps qui figurent au premier membre de (5) s'écrivent :

$$\overline{\Delta \mathbf{E}}^* = [\Delta \alpha \quad \Delta q^*] \quad \text{et} \quad \overline{\Delta \dot{\mathbf{E}}}^* = [\Delta \dot{\alpha}^* \quad \Delta \dot{q}^*] ,$$

de même, d'après l'expression de  $\mathbf{M}_L^T$  écrite en I.4.5, les éléments des deux matrices  $\mathbf{C}_{R,E}$  et  $\mathbf{C}_{R,\dot{E}}$  déterminées par les mesures faites au cours de ces oscillations peuvent s'écrire sous la forme d'un vecteur de transposée :

$$[\mathbf{C}_{m\alpha} \quad \mathbf{C}_{mq} + \mathbf{C}_{m\dot{q}}] .$$

Au second membre de (5) le tenseur  $\mathbf{m}$  et la matrice  $\mathbf{k}^{-1}$  se réduisent respectivement aux scalaires  $l_y$  et  $1/l$  ; en outre :

$$\Delta \mathbf{G}_x = \mathcal{L} = 0$$

Par ailleurs

$$\Delta \mathbf{S}_x = \begin{bmatrix} S_{x,0} & 0 \\ 0 & 2l\gamma_c \omega_s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

avec :

$S_{x,0}$  rigidité de l'articulation élastique,  $\omega_s^2$  et  $\gamma_c$  pulsation propre et amortissement réduit, supposés constants, de l'ensemble mécanique constitué par la maquette et l'articulation,  $\Delta \theta$  élongation du mouvement et  $\Delta \dot{\theta}$  sa vitesse.

Dans ces conditions l'équation (5) prend la forme de l'équation linéaire du second ordre suivante :

$$(6) \quad \begin{bmatrix} \Delta\theta & \Delta\dot{\theta} \frac{l}{V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ma} \\ C_{mq} + C_{m\dot{a}} \end{bmatrix} = [-\Delta\ddot{\theta} - 2\zeta_s \omega_s \Delta\dot{\theta} - \omega_s^2 \Delta\theta] l_y / \frac{\rho V^2 S}{2}$$

et sous forme sans dimension, exprimée par le symbole (\*) :

$$(7) \quad \begin{bmatrix} \Delta\theta & \Delta\dot{\theta}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ma} \\ C_{mq} + C_{m\dot{a}} \end{bmatrix} = [-\Delta\ddot{\theta} - 2\zeta_s \omega_s \Delta\dot{\theta} - \omega_s^2 \Delta\theta]^* \mu r_y^{*2}$$

La solution de (7) est de la forme :

$$\Delta\theta = \Delta\theta_0 e^{st}$$

Lorsque l'élongation  $\Delta\theta$  a la forme d'une oscillation,  $s$  valeur propre complexe de l'équation (7) (7) a pour expression :

$$s = \omega_s^* (-\zeta + i\sqrt{1-\zeta^2}) \quad \text{avec} \quad \omega_s^* = \omega_s l / V$$

$\omega_s^*$  et  $\zeta$  sont respectivement la pulsation propre et l'amortissement réduits de l'oscillation : l'élongation  $\Delta\theta$  peut être éliminée de (7) qui devient :

$$(8) \quad \begin{bmatrix} 1 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ma} \\ C_{mq} + C_{m\dot{a}} \end{bmatrix} = [-s^2 - 2\zeta_s \omega_s^* s - \omega_s^{*2}] \mu r_y^{*2} \quad \text{avec} \quad r_y^{*2} = l_y / m$$

La procédure expérimentale consiste :

- à déterminer en absence d'écoulement :  $S_{x,\theta}$  par des mesures statiques ou en oscillations avec une fausse maquette d'inertie connue, puis  $\omega_s$  et  $\zeta_s$  en oscillations avec la maquette à essayer ;
- les réponses en oscillations dans l'écoulement donnent  $\omega_s$  et  $\zeta$ , d'où l'on déduit  $s$  (grandeur complexe).

On dispose alors des paramètres nécessaires au calcul de  $C_{ma}$  et  $C_{mq} + C_{m\dot{a}}$  d'après (8).

Pratiquement, les fréquences et les amortissements réduits sont mesurés par des appareils spécialisés (dampometer) à sorties numériques.

Le premier d'entre eux, à notre connaissance, a été conçu et réalisé avant 1954 [51] par OLSON et ORLIK-RUCKEMANN.

Les moyens d'essais en oscillations libres ont été principalement étudiés pour la mesure des faibles amortissements de tangage des missiles élanés en supersonique et hypersonique. Les valeurs de  $\zeta$  obtenues aux essais sont de l'ordre de :

$$\zeta < 0,05.$$

L'intérêt de cette méthode réside d'une part dans la simplicité de la mesure, limitée au relevé de l'élongation en fonction du temps et d'autre part dans la rapidité d'exécution des essais. En effet, le montage présenté figure AII permet d'obtenir plusieurs séries d'oscillations au cours de la durée de l'écoulement sain d'une soufflerie intermittente.

### II.5.1.2- Oscillations entretenues et forcées

Les méthodes de traitement pratiquement identiques pour les deux modes d'oscillations ont pour objet les mesures de la fréquence, des amplitudes et phases du mouvement et des torseurs d'effort.

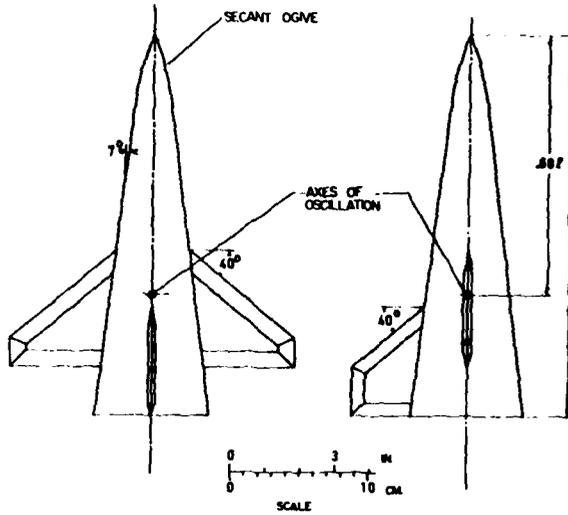
Lorsque le mouvement est à un seul degré de liberté, sa phase est prise comme origine ; mais généralement, le mouvement est à plusieurs degrés de liberté et l'origine des phases est alors, par convention, celle du degré de liberté d'amplitude maximale.

Les procédures expérimentales et les méthodes de traitement sont classiques ; elles sont rappelées dans les communications 1 à 9 du symposium FDP-AGARD d'Athènes (1978). Il a donc paru suffisant pour fixer les idées de présenter seulement ici figure AII-6 deux diagrammes qui résument clairement les méthodes pratiquées par la D.F.V.L.R. et l'industrie aérospatiale de la R.F.A. [42]

- La figure AII-6 montre un exemple d'utilisation des multiplieurs analogiques (RCV) à trois entrées lesquelles sont raccordées simultanément au signal à mesurer et à deux signaux sinusoïdaux purs décalés en phase de 90° ; les résultats des multiplications du signal à mesurer par ces deux signaux, disponibles sous forme analogique aux deux sorties de l'appareil sont appliqués à un voltmètre intégrateur à sortie numérique (IRVDM). La résolution de (5) est ensuite faite par ordinateur.

Cette méthode est utilisée couramment par le NAE (voir communication 9 au symposium cité ci-dessus), et dans les souffleries de recherche de l'ONERA à Chalais-Neudon.

La figure II.1 tirée de la référence [40] montre les valeurs des coefficients de moment de tangage et de lacet par rapport à la vitesse angulaire de lacet, obtenues avec la balance du NAE représentée fig.AII-4-2. Les mesures ont été effectuées dans la soufflerie transsonique de la NASA à Ames (1,83 m x 1,83 m) à Mach  $M = 0,7$  dans un intervalle d'incidence de  $0^\circ$  à  $40^\circ$ . Des discontinuités importantes sur ces deux coefficients apparaissent entre  $16^\circ$  et  $20^\circ$ ; un changement de signe est observé sur le coefficient croisé.



$$\Delta Y_2 \approx \pm 1'$$

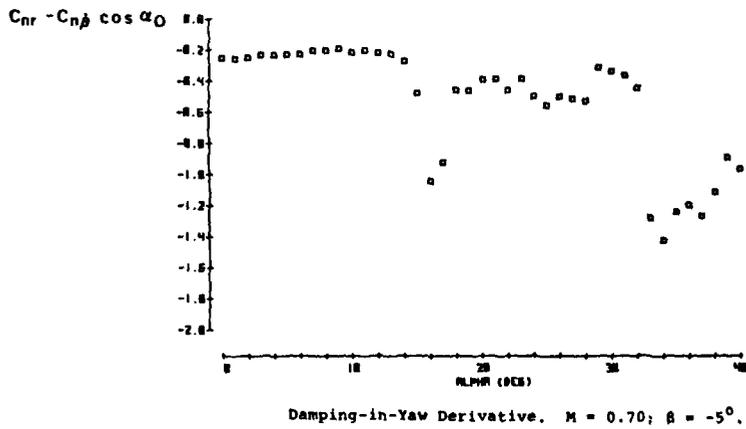
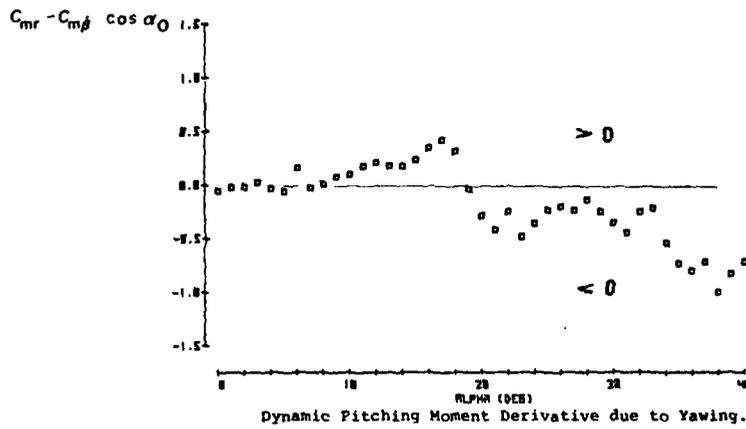


Fig. II.1

- La figure AII-6 donne le schéma d'un système de traitement numérique par analyse de FOURIER limitée à la fréquence fondamentale. Les signaux analogiques émis par les détecteurs sont conditionnés (Relais-unit), puis aiguillés par un système logique, qui les branche séquentiellement sur un convertisseur analogique-numérique et les transmet à l'ordinateur. Celui-ci effectue l'analyse de FOURIER et la recherche des solutions de l'équation (5) correspondant au mouvement imposé à la maquette.

Cette méthode plus moderne que la précédente est appliquée à l'ONERA dans les souffleries industrielles de Modane et du Fauga. Les résultats présentés dans la communication 11 du symposium d'Athènes ont été obtenus de cette façon.

## II.5.2 - Méthodes non linéaires

II.5.2.1 - Les questions posées par la recherche des qualités de vol satisfaisantes dans les domaines particuliers parcourus de plus en plus fréquemment par les avions actuels, tels que rafales atmosphériques, vol de transition des ADAC/ADAV, manoeuvres à grande incidence des avions de combat en transsonique, etc..., ne peuvent être étudiées par les méthodes linéaires exposées au paragraphe précédent.

Les variations de  $R$ , généralement instationnaires sont souvent dues à des décollements et recollements présentant des phénomènes d'hystérésis. Elles dépendent non seulement des valeurs instantanées de  $E$  et  $\dot{E}$ , mais aussi de leur évolution dans le temps. En conséquence, les mesures de  $R$ , obtenues en faisant évoluer une maquette dans ces domaines avec des valeurs de  $E$  et  $\dot{E}$  particulières imposées a priori, ne donnent que des réponses insuffisantes.

Ces considérations expliquent le développement actuel des installations d'essais au sol de maquettes en vol libre, mentionnées au paragraphe II.3.4, qui apportaient déjà depuis de nombreuses années une importante contribution dans l'étude des qualités de vol à basse vitesse (vol en approche et vrille). A l'heure actuelle ces installations présentent un intérêt accru, car elles permettent d'éprouver, dans de bonnes conditions de coût et de délai, des méthodes de traitement non linéaire, couramment utilisées dans les techniques d'asservissement [52], mais qui, jusqu'à ces dernières années, n'avaient été appliquées qu'exceptionnellement en aérodynamique expérimentale ; de nombreuses études sont poursuivies maintenant dans cette voie, exposées en grande partie dans les communications n°s 19 à 32 de la réunion AGARD d'Athènes en 1978.

En effet l'historique de la mécanique des fluides montre que si des études sur les écoulements instationnaires non décollés ont été entreprises et développées depuis plus de cinquante ans [53] et [54], celles des écoulements instationnaires décollés vient à peine d'être abordée. Les méthodes de traitement non linéaires développées depuis une quinzaine d'années permettent dès à présent l'étude de ce problème sur le plan expérimental.

### II.5.2.2 - Exemple de traitement d'un phénomène d'hystérésis aérodynamique.

L'analyse des oscillations de tangage autoentretenues d'une maquette de corps de rentrée de révolution à jupe tronconique en écoulement supersonique élevé ( $M = 4,5$ ) présenté par X. VAUCHERET en 1965 [55] et rappelée pages 10-8 de la référence [20] est à notre connaissance l'une des premières applications d'un traitement non linéaire d'informations à un phénomène de décollement-recollement d'un écoulement aérodynamique.

La maquette était disposée sur le montage représenté figure AII et calée à une incidence  $\alpha$  de 7 degrés ( $\Theta = \alpha$ ).

En transition naturelle, l'écoulement à cette incidence était décollé sur toute la partie cylindrique de l'extrados et ne présentait aucun décollement sur l'intrados.

A l'incidence nulle ( $\Theta = 0^\circ$ ), le décollement était limité à la moitié arrière de la partie cylindrique.

La maquette libérée atteignait après un certain nombre d'oscillations un cycle limite de 1,5 degré d'amplitude environ. Ce cycle limite stable se retrouvait quelle que soit l'incidence du lâcher, y compris l'incidence nulle.

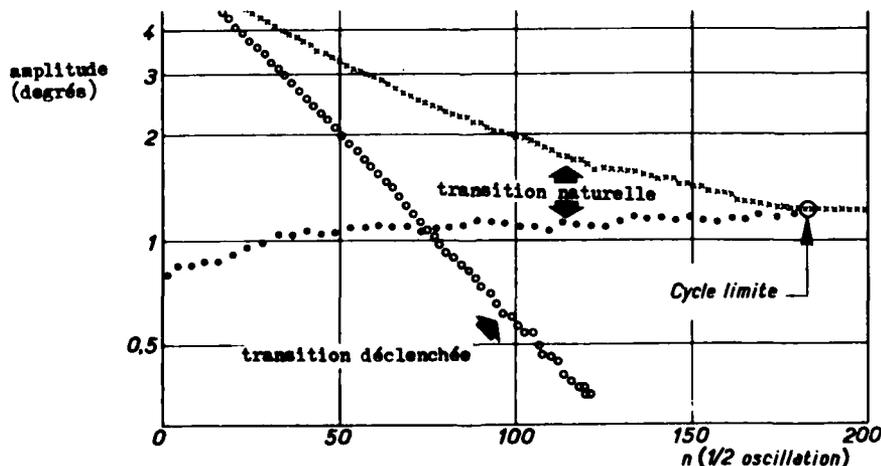


Fig. II.2

L'évolution de l'amplitude en fonction du nombre d'oscillations est représentée figure II.2 ainsi que celle de la même maquette en transition déclenchée ; on observe que cette évolution est linéaire sans aucune tendance à un cycle limite.

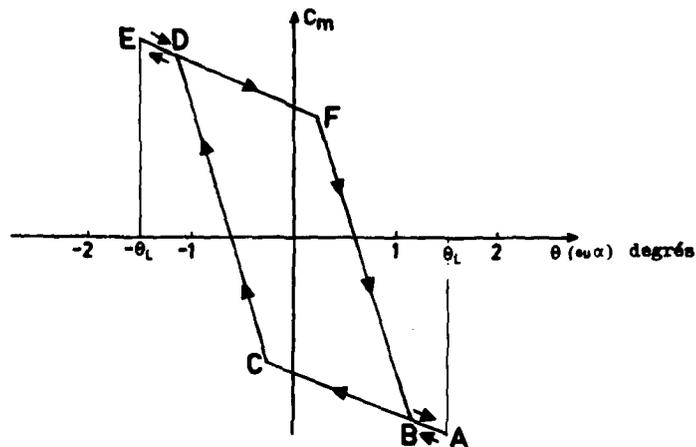


Fig. II.3

La courbe schématique de  $C_m$  en fonction de  $\alpha$ , représentée fig.II.3, traduirait cette hypothèse.

Le point figuratif, considéré à partir du point A correspondant à l'élongation maximale ( $\alpha = \theta_L = 1,5^\circ$ ), parcourt d'abord le segment de droite AC, dont la pente négative ( $C_{m\alpha} < 0$ ) indique un moment de rappel aérodynamique stable; mais la droite AC ne passe pas par l'origine, car la dissymétrie de l'écoulement, due au décollement impose à la maquette un  $C_{m0}$  négatif.

Au point C l'écoulement est en partie recollé, la pente  $C_{m\alpha}$  de CD est plus grande en valeur absolue que celle de AC ; mais CD ne passe pas par l'origine car lorsque la maquette repasse à l'incidence nulle, l'écoulement n'a pas encore totalement recollé.

L'écoulement décolle de nouveau en D, la droite support du segment DE a la même pente que EC par raison de symétrie.

De même le trajet de retour EFBA est symétrique par rapport à l'origine de l'aller ACDE.

La surface de la boucle limitée par le contour BCDF, égale à :

$$\int_{\theta_L}^{-\theta_L} C_m d\alpha$$

est positive et proportionnelle à l'énergie correspondant à l'entretien du cycle limite. Le choix de la forme multilinéaire du moment de rappel aérodynamique a permis d'intégrer par morceaux l'équation du mouvement écrite sous forme linéaire.

#### II.5.2.3 - Remarque sur l'interprétation de non linéarités donnant lieu à des cycles limites.

La courbe représentative de la norme du torseur des forces aérodynamiques  $|C_R|$  en fonction de la norme du vecteur d'état  $|E_x|$  d'un cycle limite se présente généralement sous la forme d'une courbe fermée. Le cas de la courbe fermée simplement connexe, sans point double, est discuté ici.

La variation de  $E_x$  étant périodique, il est possible de développer en série de Fourier  $|E_x|$  et  $|C_R|$  si on se limite à la fréquence fondamentale, la courbe représentative  $|C_R|$ ,  $|E_x|$  a la forme d'une ellipse semblable à celle que l'on peut observer en régime linéaire.

Le mouvement étant auto-entretenu, certains auteurs interprètent les informations d'essais, recueillies généralement après filtrage, en traduisant l'énergie nécessaire à l'entretien du mouvement comme résultant d'amortissements négatifs ou nuls, c'est à dire tels que :

$$C_{m\dot{\alpha}} + C_{m\ddot{\alpha}} \geq 0 \quad \text{ou} \quad C_{nr} - C_{nj} \cos \alpha \geq 0.$$

Une telle interprétation qui permet de faire coïncider artificiellement des résultats expérimentaux et des résultats théoriques de calculs linéarisés, est manifestement incorrecte, car elle masque la nature de l'écoulement aérodynamique réel dont les effets relèvent d'un processus non linéaire instationnaire.

#### II.5.2.4 - Remarques sur l'état actuel des méthodes de traitement des cas de vol à grande incidence en écoulement décollé.

A notre connaissance, il n'existe pas à l'heure actuelle de méthode générale permettant de dégager d'une série d'expériences simples, en soufflerie ou dans une installation au sol de vol libre, des informations suffisantes pour prédire avec certitude une évolution quelconque d'un aéronef en régime décollé.

$$|C_R| = \sqrt{C_x^2 + C_y^2 + \dots} \quad |E| = \sqrt{M^2 + a^2 + \beta^2 + p^2 + \dots}$$

En effet les méthodes d'étude des cas de vol à grande incidence en écoulement décollé se présentent actuellement sous deux aspects :

1) les essais dans les installations de vol libre qui permettent de simuler avec une maquette, libre de toute contrainte imposée par une suspension, le mouvement de l'aéronef en présence d'un torseur  $\bar{R}$  fonction instantanée de  $\dot{E}$  et de son évolution dans le temps, sont effectuées à des nombre de Mach et de Reynolds trop faibles.

2) les essais dans les souffleries aux nombres de Mach de l'aéronef réel et à des nombres de Reynolds plus importants que ceux de 1) sont conduits d'après les méthodes linéaires exposées en II.5.1. Celles-ci nécessitent la présence d'une suspension et dans certains cas d'organes moteurs, qui imposent des contraintes à la maquette ( $S_x \neq 0$ ), s'opposant à la simulation de toute évolution  $E(t)$  de l'aéronef réel ne vérifiant pas l'hypothèse de linéarité.

Les indications qui suivent sur l'étude des perturbations des qualités de vol signalées en I.6.2.2 illustrent les remarques précédentes :

- l'apparition du tremblement (buffet onset) est notée pendant les mesures stationnaires classiques, fig. I.6, et les spectres de puissance des pressions sur l'aile sont relevés au cours de son développement.

- le domaine d'incidence et de dérapage correspondant au balancement d'aile, à l'inversion de la commande de gauchissement et au départ en vrille avec perte de contrôle est caractérisé par les valeurs des deux coefficients déduites linéairement des mesures stationnaires, soit :

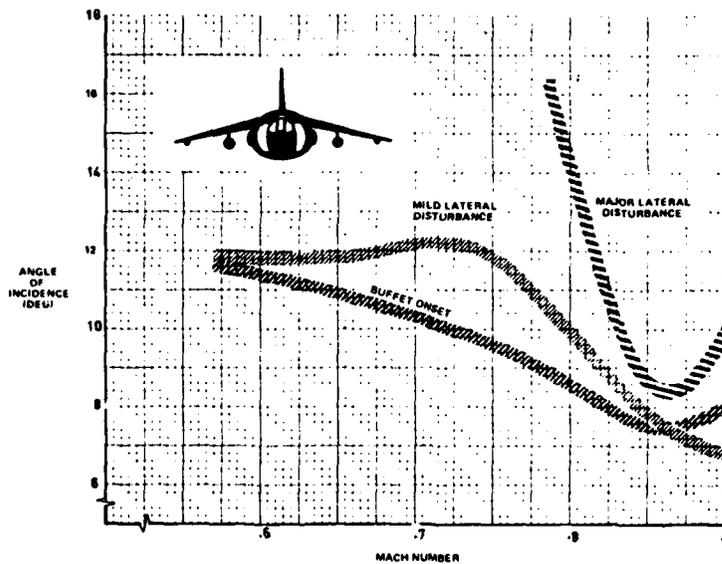
$$C_{n\beta 0} = C_{n\beta} \cos \alpha - \frac{I_z}{I_x} C_{\ell\beta} \quad (C_{n\beta} \text{ dynamique})$$

$$LCDP = C_{n\beta} - C_{\ell\beta} C_{n\delta l} / C_{\ell\delta l} \quad (\text{lateral control departure parameter}).$$

( $C_{n\delta l}$ ,  $C_{\ell\delta l}$  efficacités de lacet et de roulis de la gouverne de gauchissement)

Lorsque  $C_{n\beta 0}$  et LCDP s'annulent et deviennent négatifs, il y a une forte probabilité pour que l'aéronef se trouve en situation de départ en vrille avec perte de contrôle.

Dans le cas particulier du HARRIER [35] cité en I.6.2.2, l'étude de soufflerie n'a permis de définir qu'un domaine limite d'apparition des perturbations, présenté fig. II.4, ayant sensiblement le même aspect que celui observé en vol.



HANDLING LIMITS FROM WIND TUNNEL

Fig. II.4

D'une manière générale, il apparaît que les données recueillies par les méthodes utilisées actuellement ne fournissent que des informations insuffisantes pour mettre en oeuvre de façon satisfaisante les simulateurs d'étude des qualités de vol et d'entraînement des pilotes.

Il est donc indispensable d'essayer de combler cette lacune de l'expérimentation au sol. Pour atteindre cet objectif, il faudrait pouvoir réaliser un montage, en soufflerie transsonique par exemple, conçu pour simuler avec une maquette le mouvement de l'aéronef réel.

Un tel montage comporterait plusieurs degrés de liberté asservis à une loi de mouvement calculée en temps réel d'après les mesures instantanées des torseurs  $\bar{R}$  ou  $\dot{E}_x$  de la maquette, de façon :

- 1) à annuler  $S_x$  dans le cas où les tenseurs de masse réduite de l'aéronef et de la maquette ont la même valeur,
- 2) à imposer, le cas échéant, les valeurs de  $S_x$  correspondant à la différence entre ces deux tenseurs.

Le tenseur de masse réduite a pour expression :  $\mu = \frac{2}{\rho S l} \eta m$ ,

$$\text{avec: } \eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/m l^2 \end{bmatrix}$$

## CONCLUSION

Un tour d'horizon sur l'état actuel des moyens au sol, destinés à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs modernes, a été effectué après un bref rappel des bases théoriques de la dynamique du vol, exposées de façon concise avec des symboles matriciels. Les éléments des matrices sont exprimés conformément aux recommandations des normes ISO sur la mécanique du vol.

L'extension de telles normes internationales aux matrices elles-mêmes faciliterait considérablement la rédaction et la lecture des publications de plus en plus nombreuses sur ce sujet.

Il ressort de cet examen, effectué principalement d'après les communications présentées aux trois réunions de l'AGARD organisées par le FMP à Valloire (France), à Rhode-Saint Genèse (Belgique) en 1975 et par le FDP à Athènes (Grèce) en 1978, que les centres d'essais aérodynamiques sont actuellement équipés pour déterminer dans des conditions satisfaisantes les paramètres de stabilité tant qu'ils restent justiciables des méthodes linéaires.

Or ces méthodes ne sont généralement pas applicables dans les cas de vol comportant des décollements instationnaires brutaux de l'écoulement sur l'aile. Dans ces cas particuliers, les phénomènes aérodynamiques à un instant donné, dépendent non seulement des valeurs instantanées du vecteur d'état, mais aussi de l'évolution antérieure de ce vecteur.

Seules les installations de vol libre permettent d'obtenir avec une maquette la similitude temporelle de cette évolution. Mais le domaine de Mach et de Reynolds couvert dans les installations existantes reste très insuffisant.

Il est donc nécessaire de tenter de combler cette lacune. Les progrès récents, d'une part des techniques d'asservissement des systèmes mécaniques et d'autre part des moyens de calcul permettent d'envisager la conception de nouvelles méthodes d'essais dans des souffleries modernes à grand Reynolds en cours d'élaboration.

Le montage utilisé pourrait disposer de plusieurs degrés de liberté asservis à une loi de mouvement calculée d'après les mesures instantanées faites sur la maquette. Il serait alors possible de réaliser avec une bonne approximation le comportement de l'aéronef au cours des diverses évolutions prévues dans le domaine non linéaire.

## 1 NORMES ISO : TERMES ET SYMBOLES DE LA MECANIQUE DU VOL

1ère partie : Mouvement de l'avion par rapport à l'air (ISO 1151-1975)

2ème partie : Mouvement de l'avion et de l'atmosphère par rapport à la terre (ISO 1152-1974)

3ème partie : Dérivées des forces, des moments et de leurs coefficients (ISO 1153-1972)

4ème partie : Paramètres utilisés dans l'étude de la stabilité et du pilotage des avions (ISO 2769-1974).

5ème partie : Grandeurs utilisées dans les mesures en vol (ISO 2765-1974).

2 NORME ALLEMANDE Flugmechanik : Begriffe, Benennungen, Zeichen Grund lagen LN 9300 dec. 1970.

3 NORME ANGLAISE Symbols for Flight Dynamics - British Standards Institution - M 31 Dec 1970.LONDON.

4 NORME FRANCAISE Symboles et vocabulaire de la Mécanique du Vol AFNOR X 02-115 décembre 1974. PARIS

5 REBUFFET, P. Commentaires sur les normes internationales ISO relatives aux termes et symboles de la mécanique du vol. L'Aéronautique et l'Astronautique n° 39, 1973/1, PARIS.

6 CROIZE, M. Normalisation nationale et internationale des Symboles et du vocabulaire de la mécanique du vol. L'Aéronautique et l'Astronautique n° 54 1976/4. PARIS.

7 VALENSI, J. A Review of the Techniques of Measuring Oscillatory Aerodynamic Forces and Moments on Models oscillating in Wind-Tunnels in Use on the Continent. AG 15/P6 Papers presented at the Fifth Meeting of the AGARD Wind Tunnel and Model Testing Panel. SCHEVENINGEN, Netherlands May 1954

8 ARNOLD, Lee. Dynamic Measurements in Wind Tunnels. AGARDograph 11 August 1955.

9 ORLIK-RUCKEMANN, K. Methods of Measurements of Aircraft Dynamic Stability Derivatives National Research Council CANADA LR 254 July 1959.

10 SCHUELER, C.J., WARD, L.K. and HODAPP A.E. Jr Techniques for Measurement of Dynamic Stability Derivatives in Ground Test Facilities AGARDograph 121 October 1967.

11 ORLIK-RUCKEMANN. Survey of Needs and Capabilities for Wind Tunnel Testing of Dynamic Stability of Aircraft at High Angles of Attack NACA C.R. 114583, 1973.

12 ORLIK-RUCKEMANN. Dynamic Stability Testing of Aircraft Need Versus Capabilities ICIASF 73 Record p.8 to 22. 1973.

13 ORLIK-RUCKEMANN. Dynamic Stability Testing in Wind Tunnels. Lectures Séries 99 Aerodynamic Inputs for Problems in Aircraft Dynamic V.K.I. Rhode St Genese 1977.

14 ORLIK-RUCKEMANN. Techniques for Dynamic Stability Testing in Wind Tunnels. Dynamic Stability Parameters Athènes Grece AGARD CP 235 1978.

15 ORLIK-RUCKEMANN. Effect of High Angles of Attack on Dynamic Stability Parameter PDF AGARD Sandefjord Norvège Octobre 1978.

16 POISSON-QUINTON, Ph. et WANNER. J.C, Evolution de la conception des avions grâce aux commandes automatiques généralisées. S.E.E. Grenoble France Septembre 1977 et ONERA TP n° 1977-129

17 CHAMBERS. J.R, and BOWMAN. J.S. Jr Stall/Spin Test Techniques Used By NASA - Stall/SPin Problems of Military Aircraft AGARD CP 199 n° 13 - 1975.

18 GOBELZ, J. Simulation de vol par maquettes de vol libre en laboratoire Flight/Ground Testing Facilities Correlation AGARD CP 187 n° 14 1975.

19 CHARON. W, et WERBRUGGE. R, Nouvelle technique d'essais sur maquettes libres en laboratoire pour la détermination de caractéristiques aérodynamiques. Dynamic Stability Parameters AGARD CP 235 n° 2 1978.

20 VAUCHERET. X, Détermination de non linéarités de stabilité dynamique AGARD CP 235 n° 10 1978.

21 THOMAS. H.H.B.M., An Introduction to the Aerodynamics of Flight Dynamic R.A.E Technical Memo Aero 1710-1977.

22 THOMAS H.H.B.M and EDWARDS G. Mathematical Models Of Aircraft Dynamics for Extreme Flight Conditions (theory and Experiment) AGARD CP 235 n° 27 - 1978.

23 WANNER. J.C, Dynamique du vol et pilotage des avions Publication ONERA n° 6 1976.

24 CUNNINGHAM. W, Introduction to linear Analysis Mac Grw Hill, New-York 1958. Traduction française Analyse non linéaire Dunod PARIS 1962.

25 GILIE. Ch, DECAULNE. P, PELEGRIN. M, Systèmes asservis non linéaires Dunod Automatique PARIS 1975.

26 LAMB. H, Coefficients d'inertie d'un ellipsoïde A.R.C R et M 623 - 1918.

- 27 RIABOUCHINSKY. D, Aperçus théoriques sur la mécanique des fluides. Publication du Service Technique de l'Aéronautique n° 17 PARIS 1924
- 28 BISMUT. M, La dynamique du vol ascendant des fusées-sondes Progress in Aerospace Sciences n° 12 pages 359 à 432 Pergamon Press Oxford-New-York 1972 et ONERA TP 1056-1972
- 29 MURPHY. Ch, H. and BRADLEY James, W. Non linear chimit Motions of a Slightley Asymmetric Reentry Vehicle AIAA Journal Vol 13 n°7 1975.
- 30 Mc CROSKY. W.J, Iome Current Research in Unsteady Fluid Dynamics Journal of Fluids Engineering vol 99 page 9 à 38 March 1977.
- 31 PHILIPPE. J.J, Le décrochage dynamique : un exemple d'interaction forte entre écoulements visqueux et non-visqueux. Aérodynamique Instationnaire AGARD CP 227 n° 21 1977 et TP ONERA n° 1977-135
- 32 SKOW. A.M, and TITIRIGA A.Jr, A Survey of Analytical and Experimental Techniques to Predict Aircraft Dynamic Characteristics at High Angles of Attack fig. 2.2 p 19-4 AGARD CP 235 n° 19 1978
- 33 BAZZOCHI. E, Stall Behaviour and Spin Estimation Method by use of Rotating Balance Measurements. Stall/Spin Problems of Military Aircraft AGARD CP 199 n° 8 1975
- 34 MALCOLM. G.N, and DAVIS. S.S, New NASA-Ames Wind Tunnel Techniques for Studying Airplane Spin and Two-dimensional Unsteady Aerodynamics AGARD CP 235 n° 3 1978.
- 35 STAPLETON. S.F, and PEGRAM. B.V, Comments on some wind Tunnel and Flight Experience of the Post Buffet Behaviour of the HARRIER Aircraft AGARD CP 187 n° 20 A 1975
- 36 MONNERIE. B, et CHARPIN. F, Essais de tremblement (buffeting) d'une aile en flèche en transsonique. L'Aeronautique et l'Astronautique n° 50 (1951-1) p. 3-16 et T.P. ONERA n° 1975-11.
- 37 MARCHMAN J.F., LUTZE F.H. Jr and CLIFF E.M., A Facility for the Measurement of Individual Rotary Motion Aerodynamic Stability Derivatives - Virginia Polytechnic Institute Blacksburg Va, ICIASF 75 Record 169
- 38 BROUSSAUD P., Balances et dynamomètres utilisés au centre de Moirane-Avrieux, Note Technique ONERA n° 122, 1968
- 39 Dynamic-Stability Measurement Capabilities in the AEDC Wind-Tunnels, AEDC/B2, 1976
- 40 ORLICK-RUCKEMANN K.H. and HANF A., Generalised Technique for Measuring Cross-Coupling Derivatives in Wind-Tunnels, AGARD C.P. 235 n°s 8 et 9, 1978
- 41 HAPER X., Wind-Tunnel Testing of Dynamic Derivatives in W. Germany, AGARD CP 235 n° 5, 1978
- 42 Vid. DECKEN J., SCHMIDT E. and SCHULZE B., On the Test Procedures of the Derivatives Balances Used in W. Germany, AGARD CP 235 n° 6, 1978
- 43 MATTHEWS A.W., Experimental Determination of Dynamic Derivatives due to Roll at British Aerospace Warton Division, AGARD CP 235 n° 4, 1978
- 44 BAYMAN Bain Jr., Free-Flight Testing in High-Speed Wind-Tunnels, AGARDograph 113, 1966
- 45 CHAPMAN G.T., KIRK D.B. and MALCOLM G.N., Aerodynamics of Bodies from Motion Analysis, AGARDograph 138, 1970
- 46 DESGARDIN A., Détermination des coefficients aérodynamiques au tunnel de tir, Thèse de docteur es Sciences Physiques; Université de Rouen, 1973
- 47 FIQUET J., DUPE J. et COMBET P., A New on-line Digital Dampometer for Free-Oscillation Study ICIASF-71 Record (71-C-33 AES) p. 99 - 104 et ONERA T.P. n° 1019, 1971
- 48 POISSON-QUINTON Ph., Nouvelles approches pour les essais en soufflerie assistés par ordinateur. First Intersociety Atlantic Aeronautical Conference, Williamsburg Va U.S.A., 1979 et T.P. ONERA n° 1979-24.
- 49 VAN NUNEN J.W.G. and PIAZZOLI G., Aeroelastic Flight Test Techniques and Instrumentation V.K.I., 1979
- 50 LABARRE M., KRIEF J.P. et GIMONET B., Le filtrage et ses applications, CEPADUES-EDITIONS, Toulouse, France, 1978
- 51 OLSON C.A. et ORLIK-RUCKEMANN K.J., An Electronic Apparatus for Automatic Recording of the Logarithmic Decrement and Frequency of Oscillations in the Audio and Subaudio Frequency Plane - Report 52, Aeronautical Research Institut of Sweden, F.F.A STOCKHOLM, 1954
- 52 MEREAU P., HIRSCH R., COULON G. and RAULT A., Identification of Unsteady Effects in Lift Up, AGARD CP 235 n° 23, 1978

- 53 WAGNER H., Zeitschrift für angewandte Mathematik and Mechanik n° 1, 1925
- 54 WALKER L.B., Experiments on the Growth of Circulation about a Wing, R et M n° 1402, British NACA 1931-1932, Vol. 1, p. 97
- 55 VAUCHERET X., Depouillement d'oscillations libres d'un corps de rentrée présentant un cycle-limite La Recherche Aéronautique n° 104, ONERA, 1965
- 56 ANDERSON Ch. A., The Stall/Spin Problem American Industry Approach, Stall/Spin Problems of Military Aircraft, AGARD C.P. 199 n° 2, 1975
- 57 EHN G. and LANDEN , Measurements of Dynamic Stability Derivatives of an Ogive Delta Wing Model at Transonic and Supersonic Speeds, Technical Note AU-925, FFA, Stockholm, 1974
- 58 FAIL R., Experimental Determination of Stability and Control Aerodynamic Determination V.K.I., Aircraft Stability and Control, Lecture Series V.K.I., Rhode-Saint-Genèse, 1975
- 59 STATLER I., TUFTS O.B., HIRTREITER W.J., A New Capability for Measuring Dynamic Air Loads in a Wind Tunnel, Journal of Aircraft Vol. 3 n° 5, p. 418 à 425, 1966.

## ANNEXE AI.1

- RAPPEL DE NOTIONS THEORIQUES SUR LA DYNAMIQUE DU SOLIDE INDEFORMABLE EN MOUVEMENT DANS L'ATMOSPHERE -

## 1 - Repères -

Le mouvement par rapport à la terre d'un solide indéformable, dans l'atmosphère supposée immobile est calculé en utilisant deux repères orthonormés de sens direct  $Ox_0y_0z_0$  et  $Gxyz$  définis de la façon suivante :

$Ox_0y_0z_0$  dans le référentiel lié à la terre -

Le point O est fixe sur la terre supposée plane et confondue avec le plan  $x_0z_0$ .  
La verticale de O est le support du vecteur unitaire  $z_0$  orienté vers le bas.  
Les vecteurs unitaires  $x_0$  et  $y_0$  forment avec  $z_0$  un trièdre de sens direct.

$Gxyz$  dans le référentiel du solide -

Son origine est usuellement le centre de gravité (ou centre d'inertie) G du solide. Aucune condition n'est imposée a priori dans le choix des deux directions qui fixent la position du repère dans le solide, mais s'il possède un axe de symétrie cet axe est pris pour support du vecteur unitaire  $x$  qui est orienté de l'arrière vers l'avant ; le point avant est choisi conventionnellement. Si le solide possède un plan de symétrie, les vecteurs unitaires  $x$  et  $z$  sont disposés dans ce plan de façon que  $x$  soit orienté de l'arrière vers l'avant et  $z$  orienté vers le bas. Les points avant et bas sont choisis conventionnellement.

## 2 - Variables d'état -

Les variables d'état indépendantes qui caractérisent le mouvement du solide dans l'atmosphère à une altitude et un instant donné, sont représentés par le vecteur à six composantes appelé vecteur d'état (ou torseur distributeur des vitesses<sup>1</sup>). Ce vecteur considéré dans le repère  $Gxyz$  est représenté par :

$$E_x = V \cup \Omega \quad \text{qui s'écrit sous forme transposée} \quad \overline{E}_x = [u \ v \ w \ p \ q \ r],$$

avec :

$V$  vitesse de G par rapport à O ,

$\Omega$  vitesse angulaire du solide par rapport à  $Oxyz$  .

## 3 - Equations du mouvement -

Les six équations qui expriment l'équilibre des forces d'inertie et des forces extérieures, ainsi que l'équilibre des moments correspondants par rapport au centre d'inertie du solide, sont représentées de façon concise dans le repère lié au solide par une seule équation matricielle :

$$(1) \quad \mathcal{J} = F_{ex} ,$$

avec au premier membre :

$$\mathcal{J} = D m E_x ,$$

D est une matrice carrée d'ordre 6 de la forme :

$$D = \begin{bmatrix} d & \phi \\ \phi & d \end{bmatrix} ,$$

dans laquelle :

d matrice carrée d'ordre 3, d'opérateurs ayant pour expression :

$$d = \frac{d}{dt} I + \Omega \wedge = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} ,$$

$\phi$  matrice carrée d'ordre 3 dont les éléments sont nuls.

m matrice carrée d'ordre 6 ( tenseur de masse ) de la forme :

$$m = \begin{bmatrix} m1 & \phi \\ \phi & In \end{bmatrix} ,$$

$m$  est la masse du solide et  $I_{ij}$  le tenseur d'inertie, c'est-à-dire :

$$mI = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad In = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix}$$

$E_x$  vecteur d'état défini en 2 ci-dessus,

$F_{ex}$  torseur des forces extérieures,

Ce mode d'expression a été présenté il y a plus de vingt ans par l'Ingénieur Général E. BILLION<sup>1</sup> et repris sous une forme plus générale par le Professeur P. GERMAIN<sup>2</sup>

Le développement de l'équation (1) conduit aux six équations suivantes :

équations des quantités de mouvement :

$$(2) \quad \begin{aligned} m \left( \frac{du}{dt} + qw - rv \right) &= X_e \\ m \left( \frac{dv}{dt} + ru - pw \right) &= Y_e \\ m \left( \frac{dw}{dt} + pv - qu \right) &= Z_e \end{aligned}$$

équations du moment cinétique :

$$(3) \quad \begin{aligned} I_x \frac{dp}{dt} - I_{xy} \frac{dq}{dt} - I_{xz} \frac{dr}{dt} + (I_z - I_y) qr + I_{yz} (r^2 - q^2) + (I_{xy} r - I_{xz} q) p &= L_e \\ I_y \frac{dq}{dt} - I_{yz} \frac{dr}{dt} - I_{xy} \frac{dp}{dt} + (I_x - I_z) rp + I_{xz} (p^2 - r^2) + (I_{yz} p - I_{xy} r) q &= M_e \\ I_z \frac{dr}{dt} - I_{xz} \frac{dp}{dt} - I_{yz} \frac{dq}{dt} + (I_y - I_x) pq + I_{xy} (q^2 - p^2) + (I_{xz} q - I_{yz} p) r &= N_e \end{aligned}$$

1] BILLION E.

1 - Problèmes modernes de dynamique du vol (1956)

2 - Dynamique du vol (1958-1959)

CENTRE D'ETUDES SUPERIEURES DE MECANIQUE, PARIS

2] GERMAIN P.

Mécanique des milieux continus

Tome 1 Théorie Générale, chapitre I, paragraphe 1.2, page 12

MASSON et Cie, PARIS (1973)

## ANNEXE A1.2

## CHANGEMENT DE REFERENTIEL

Les repères utilisés couramment en dynamique du vol sont orthonormés et définis dans l'espace euclidien à trois dimensions. Le centre d'inertie  $G$  de l'aéronef est pris comme origine des repères considérés dans la présente annexe.

Les changements de référentiels qui font l'objet des trois premiers paragraphes A I.2.1., A I.2.2., A I.2.3. sont effectués dans des repères de même origine sur l'aéronef, définie par un tenseur de masse donné. Ces repères se déduisent donc l'un de l'autre par une rotation autour de  $G$ , alors que les repères considérés dans le dernier paragraphe A I.2.4. se déduisent l'un de l'autre par une translation, leurs vecteurs unitaires restent identiques.

Dans ce qui suit une matrice de changement de repère par rotation est représentée dans l'espace à trois dimensions par la lettre minuscule  $\mathbf{P}_i$ , écrite en caractère gras. L'indice inférieur caractérise l'opération réalisée par la matrice de transfert. La matrice réalisant la même opération entre torseurs à 6 dimensions est symbolisée par la lettre majuscule  $\mathbf{P}_i$ , affectée du même indice ; elle a pour expression :

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_i & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_i \end{bmatrix} .$$

A1.2.1- Passage du repère normal terrestre  $G x_0 y_0 z_0$  au repère lié à l'aéronef  $G x y z$ 

Ce passage peut être effectué par les 3 rotations successives  $\Psi$ ,  $\Theta$ ,  $\Phi$ , représentées dans le sens positif figure page

- La rotation  $\Psi$  autour de l'axe vertical  $z_0$  amène le repère  $G x_0 y_0 z_0$  en  $G x_h y_h z_0$  ; leurs vecteurs unitaires sont reliés par :

$$\begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_\Psi \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}_\Psi = \begin{bmatrix} \cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ -\sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

- La rotation  $\Theta$  autour de l'axe  $y_h$  amène le repère  $G x_h y_h z_0$  en  $G x y_h z_0$  ; leurs vecteurs unitaires sont reliés par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y_h \\ z_0 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_\Theta \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ z_0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}_\Theta = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & -\sin\Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Theta & 0 & \cos\Theta \end{bmatrix} .$$

$z$  est dans le plan de symétrie  $x z$ .

- La rotation  $\Phi$  autour de l'axe  $x$  amène le repère  $G x y_h z_0$  en  $G x y z$  ; leurs vecteurs unitaires sont reliés par :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{P}_\Phi \begin{bmatrix} x \\ y_h \\ z_0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}_\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} .$$

Les vecteurs unitaires des repères  $G x y z$  et  $G x_0 y_0 z_0$  sont par conséquent reliés par la matrice de passage suivante :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{P}_0 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_\Phi \mathbf{P}_\Theta \mathbf{P}_\Psi .$$

dont l'expression développée s'écrit :

$$p_0 = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\theta\cos\psi & \cos\psi\cos\theta + \sin\psi\sin\theta\sin\psi & \sin\psi\cos\theta \\ \sin\psi\sin\theta + \cos\psi\sin\theta\cos\psi & -\sin\psi\cos\theta + \cos\psi\sin\theta\sin\psi & \cos\psi\cos\theta \end{bmatrix},$$

et la relation inverse :

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = p_0^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_0^{-1} = p_\psi p_\theta p_\phi = \bar{p}_0.$$

### A1.2.2- Passage du repère lié à l'aéronef $Gxyz$ au repère aérodynamique $Gx_a y_a z_a$ .

Ce passage est effectué par les deux rotations successives  $\alpha$  et  $\beta$  représentées dans le sens positif sur la figure 1 page 6.

- La rotation  $\alpha$  autour de  $Gy$  amène  $Gxyz$  en  $Gx_s y_s z_s$  ; leurs vecteurs unitaires sont liés par :

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = p_\alpha \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix},$$

$x_s$  et  $z_s$  sont dans le plan  $xz$ .

- Puis la rotation  $\beta$  autour de  $Gz_s$  amène  $Gx_s y_s z_s$  en  $Gx_a y_a z_a$  ; leurs vecteurs unitaires sont liés par :

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} = p_\beta \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_\beta = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Les vecteurs unitaires des repères  $Gxyz$  et  $Gx_a y_a z_a$  sont par conséquent reliés par la matrice de passage suivante :

$$\begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} = p_{ae}^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_{ae}^{-1} = p_\beta p_\alpha = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \sin\beta & \sin\alpha\cos\beta \\ -\cos\alpha\sin\beta & \cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix},$$

et la relation inverse :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = p_{ae} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_{ae} = p_\alpha p_\beta = \bar{p}_{ae}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix}.$$

### A1.2.3- Relations entre les éléments d'une matrice exprimée dans deux repères déduits l'un de l'autre par une rotation

Soient  $R_1$  et  $R_2$  les deux repères de vecteurs unitaires respectifs  $x_1, y_1, z_1$  et  $x_2, y_2, z_2$ ,  $p$  la matrice de passage de  $R_1$  à  $R_2$ .

Ces vecteurs sont reliés par :

$$(1) \quad \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}.$$

Soient  $v_1$  et  $v_2$  les expressions respectives d'un vecteur quelconque dans  $R_1$  et  $R_2$ , de la forme :

$$v_1 = m_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad v_2 = m_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} .$$

$m_1$  et  $m_2$  étant des matrices carrées d'ordre 3 ; d'après (1) :

$$v_2 = p v_1 ,$$

ou bien ,

$$(2) \quad m_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = p m_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} ,$$

et compte tenu de :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = p^{-1} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} ,$$

on retrouve la relation bien connue :

$$(3) \quad m_2 = p m_1 p^{-1} ,$$

Si les deux repères sont orthonormés, la relation (3) devient :

$$(4) \quad m_2 = p m_1 \bar{p} .$$

#### A1.2.4 - Expressions du vecteur d'état et des dérivées aérodynamiques de stabilité en fonction du centrage de l'aéronef

Les accroissements du vecteur d'état et les matrices de coefficients aérodynamiques de stabilité à deux centrages de l'aéronef définis par les points  $G^0$  et  $G$ , sont liés par les relations établies ci-dessous.

Les deux repères de l'aéronef  $G^0xyz$  et  $Gxyz$  ont mêmes vecteurs unitaires et sont déduits l'un de l'autre par la translation  $G^0G$ .

Les éléments de la vitesse angulaire sont les mêmes dans les deux repères, mais ceux de la vitesse sont différents si la vitesse angulaire est différente de zéro, soit  $\Omega \neq 0$ .

- A un petit écart de l'aéronef de sa position de régime correspond un accroissement du vecteur d'état qui a pour expressions :

$$\Delta E_x^0 = \Delta V^0 U \Delta \Omega \quad \text{dans } G^0xyz ,$$

$$\Delta E_x = \Delta V^0 - \overline{G^0G} \wedge \Delta \Omega = \Delta V^0 \cup (1 - \overline{G^0G}) \Delta \Omega \quad \text{dans } Gxyz .$$

Il en résulte la relation suivante :

$$(1) \quad \Delta E_x = \Pi \Delta E_x^0 \quad \text{et} \quad \Pi^{-1} \Delta E_x = \Delta E_x^0 ,$$

avec :

$$\Pi = \begin{bmatrix} 1 & b \wedge \\ 0 & 1 \end{bmatrix} , \quad \Pi^* = \begin{bmatrix} 1 & b^* \wedge \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b^* = \frac{1}{l} b .$$

$\Pi^{-1}$  est obtenu en changeant le signe du vecteur  $b$  défini ci-dessous,

$x, y, z$  étant les coordonnées de  $G$  dans  $G^0xyz$ ,  $b$  a pour expression transposée :

$$-\overline{G^0G} = \bar{b} = -[x \ y \ z] \quad \text{d'où} \quad b \wedge = \begin{bmatrix} 0 & z & -y \\ -z & 0 & x \\ y & -x & 0 \end{bmatrix} .$$

- Au même écart de l'aéronef correspond un accroissement du torseur des coefficients aérodynamiques sans dimension, d'expressions transposées :

$$\overline{\Delta C_R} = [\Delta c_x^* \ \Delta c_y^* \ \Delta c_z^* \ \Delta c_l^* \ \Delta c_m^* \ \Delta c_n^*] \quad \text{dans } G^0xyz .$$

$$\overline{\Delta C_R} = [\Delta C_x \quad \Delta C_y \quad \Delta C_z \quad \Delta C_\rho \quad \Delta C_m \quad \Delta C_n] \quad \text{dans } G \times yz$$

avec :

$$\begin{bmatrix} \Delta C_x \\ \Delta C_y \\ \Delta C_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta C_x^0 \\ \Delta C_y^0 \\ \Delta C_z^0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \Delta C_\rho \\ \Delta C_m \\ \Delta C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta C_\rho^0 \\ \Delta C_m^0 \\ \Delta C_n^0 \end{bmatrix} + \mathbf{b}^* \wedge \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta C_x^0 \\ \Delta C_y^0 \\ \Delta C_z^0 \end{bmatrix}$$

Les relations précédentes s'expriment de façon condensée par :

$$\Delta C_R = \mathbf{B}^* \Delta C_R^0$$

avec :

$$\mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} 1 & | & 0 \\ \hline & & \\ \mathbf{k}^* & | & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}^* = \mathbf{b}^* \wedge \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Les transport des moments de  $G^0$  en  $G$  impose de changer le signe des composantes de forces suivant  $x$  et  $z$ , car ces composantes exprimées conformément aux conventions des normes sont négatives lorsqu'elles sont orientées dans le sens positif de ces axes.

Les changements de signe sont effectués au moyen de la matrice diagonale écrite à droite de  $\mathbf{b}^* \wedge$ .

$$\begin{bmatrix} C_{R,E_x} \Delta E_x \\ C_{R,\dot{E}_x} \Delta \dot{E}_x \end{bmatrix} = \mathbf{B}^* \begin{bmatrix} C_{R^0,E_x^0}^0 \Delta E_x^{0*} \\ C_{R^0,\dot{E}_x^0}^0 \Delta \dot{E}_x^{0*} \end{bmatrix}$$

l'indice supérieur (\*) représente une expression rendue sans dimension.

Compte tenu de l'équation (1) ci-dessus, les matrices des coefficients de stabilité sont reliées par :

$$\begin{bmatrix} C_{R,E_x} \\ C_{R,\dot{E}_x} \end{bmatrix} = \mathbf{B}^* \begin{bmatrix} C_{R^0,E_x^0}^0 \\ C_{R^0,\dot{E}_x^0}^0 \end{bmatrix} \Pi^{*-1}$$

La relation (2) ci-dessus s'applique à tout repère déduit de  $G^0 \times yz$  par une translation, quelles que soient les valeurs des angles  $\alpha$  et  $\beta$ .

Il paraît cependant utile de l'illustrer par des exemples simples qui se présentent dans la pratique. Le plus courant est celui d'un changement de centrage suivant l'axe  $x$ .

a) relations entre les coefficients de stabilité longitudinale en fonction du centrage suivant l'axe de "stabilité"  $x_s$ .

Les matrices  $\mathbf{b}^* \wedge$  et  $\mathbf{k}^*$  ont pour expressions :

$$\mathbf{b}^* \wedge = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} \square & & x_s \\ & \square & \\ -x_s & & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}^* = \begin{bmatrix} \square & & x_s^* \\ & \square & \\ x_s^* & & 0 \end{bmatrix}$$



et sa transposée :

$$\bar{\Psi}_x = \Psi \begin{bmatrix} -\sin\theta & \sin\theta\cos\theta & \cos\theta\cos\theta \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\Omega$  est égal à la somme des trois vecteurs écrits ci-dessus :

$$\Omega = \dot{\Phi}_x + \dot{\Theta}_x + \dot{\Psi}_x$$

qui s'écrit sous forme développée :

$$\Omega = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = p_{\Omega}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_{\Omega}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta\cos\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta\cos\theta \end{bmatrix}$$

et la relation inverse :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = p_{\Omega} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_{\Omega} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta\text{tg}\theta & \cos\theta\text{tg}\theta \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta/\cos\theta & \cos\theta/\cos\theta \end{bmatrix}$$

### A1.3.2- Expression de $\Omega$ en fonction de $\rho_a$ , $\dot{\alpha}$ , $\dot{\beta}$ en régime de vol rectiligne.

Un régime de vol rectiligne est caractérisé par une direction fixe par rapport à  $O x_a y_a z_a$  de l'axe  $x_a$  du repère aérodynamique  $G x_a$ .

Cette condition unique s'exprime par :

$$x_a \text{ constant}$$

$x_a$  est le vecteur unitaire de l'axe longitudinal  $G x_a$ .

Seule la direction de la vitesse de  $G$  reste fixe, son module peut varier de façon quelconque en fonction du temps ; il en est de même des composantes de  $\Omega$ . On se propose de trouver l'expression de  $\Omega$  en fonction des vitesses angulaires  $\dot{\alpha}$ ,  $\dot{\beta}$  et  $\rho_a$ .

- Soit  $\dot{\alpha}_x$  le vecteur vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$  dans le repère  $G x y z$  ;  $\dot{\alpha}$  est porté par l'axe transversal  $G y$ , sa transposée a pour expression :

$$\bar{\dot{\alpha}}_x = [0 \ \dot{\alpha} \ 0]$$

-  $\rho_a$  est porté par  $x_a$ ,  $\dot{\beta}$  est portée par  $z_a$ , mais orientée en sens inverse ; en effet à  $\dot{\beta} > 0$  correspond une valeur  $\dot{\beta}_a < 0$ .

Il résulte des deux alinéas ci-dessus que :

$$\Omega = \dot{\alpha}_x + p_{\rho a} \begin{bmatrix} \rho_a \\ 0 \\ -\dot{\beta} \end{bmatrix}$$

Compte tenu de l'expression de la matrice  $p_{\rho a}$  donnée en annexe A I.2.2.  $\Omega$  a pour expression :

$$\Omega = p_R^{-1} \begin{bmatrix} \rho_a \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad p_R^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & 0 & \sin\alpha \\ \sin\beta & 1 & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & 0 & -\cos\alpha \end{bmatrix}$$

et la relation inverse :

$$\begin{bmatrix} \rho_a \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = p_R \Omega \quad \text{avec} \quad p_R = \begin{bmatrix} \cos\alpha/\cos\beta & 0 & \sin\alpha/\cos\beta \\ -\cos\alpha\text{tg}\beta & 1 & -\sin\alpha\text{tg}\beta \\ \sin\alpha\cos\beta & 0 & -\cos\alpha \end{bmatrix}$$

## ANNEXE A1.4

RELATION ENTRE L'ACCROISSEMENT DU VECTEUR D'ETAT  $\Delta E_x$  DIMENSIONNEL ET SON EXPRESSION SANS DIMENSION  $\Delta E^*$ .

Soient  $V$  et  $V_a$ , les expressions du vecteur vitesse de  $G$ , respectivement sur la base  $(x, y, z)$  et sur la base de "stabilité"  $(x_a, y_a, z_a)$  qui ont pour transposées :

$$\bar{V} = [u \ v \ w] = [V \cos \alpha \cos \beta \ V \sin \beta \ V \sin \alpha \cos \beta] \quad \bar{V}_a = [V \ 0 \ 0]$$

Leurs accroissements relatifs ;

$$\frac{\Delta V}{V} = \left[ \frac{\Delta u}{V} \ \frac{\Delta v}{V} \ \frac{\Delta w}{V} \right] \quad \text{et} \quad \Delta V_a^* = \left[ \frac{\Delta V}{V} \ \Delta \beta \ \Delta \alpha \right]$$

sont reliés par :

$$\frac{\Delta V}{V} = P_x^{-1} \Delta V_a^* \quad \text{avec} \quad P_x^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \cos \beta \end{bmatrix}$$

et la relation inverse :

$$\Delta V_a^* = R_x \frac{\Delta V}{V} \quad \text{avec} \quad R_x = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha / \cos \beta & 0 & \cos \alpha / \cos \beta \end{bmatrix}$$

Les deux formes du vecteur d'état  $\Delta E_x$  (dimensionnel) et  $\Delta E^*$  (sans dimension) sont définies d'après :

$$\Delta E_x = \Delta V \cup \Delta \Omega \quad \text{et} \quad \Delta E^* = \Delta V_a \cup \Delta \Omega^*$$

La relation entre  $\Delta E^*$  et  $\Delta E_x$  et leurs dérivées par rapport au temps peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \Delta E^* \\ \Delta \dot{E}^* \end{bmatrix} = P_x \begin{bmatrix} \frac{1}{V} \Delta E_x \\ \frac{1}{V^2} \Delta \dot{E}_x \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \Delta E_x \\ \Delta \dot{E}_x \end{bmatrix} = P_x^{-1} \begin{bmatrix} V \Delta E^* \\ \frac{V^2}{f} \Delta \dot{E}^* \end{bmatrix}$$

La matrice  $P_x$  et son inverse ont pour expressions :

$$P_x = \begin{bmatrix} P_x & \emptyset \\ \emptyset & \begin{matrix} l & l \\ l & l \end{matrix} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad P_x^{-1} = \begin{bmatrix} P_x^{-1} & \emptyset \\ \emptyset & \begin{matrix} 1/l & 1/l \\ 1/l & 1/l \end{matrix} \end{bmatrix}$$

$V$  est le scalaire module du vecteur  $V$  vitesse de  $G$ .

## ANNEXE A1.5

REPRESENTATION DU TORSEUR DES FORCES D'INERTIE D'ENTRAÎNEMENT  $\Delta \mathcal{Z}_\Omega$  ET DE L'ACCELERATION CORRESPONDANTE PAR UNE FORME LINEAIRE EN

Le torseur  $\Delta \mathcal{Z}_\Omega$  qui figure dans l'équation (2) représente le produit de la matrice antisymétrique  $\Delta D$  par le torseur  $m \mathbf{E}_x$ , soit :

$$\Delta \mathcal{Z}_\Omega = \Delta D m \mathbf{E}_x ,$$

dans ce produit :

$$\Delta D = \left[ \begin{array}{c|c} \Delta \Omega \wedge & \emptyset \\ \hline \emptyset & \Delta \Omega \wedge \end{array} \right] \quad \text{et} \quad m \mathbf{E}_x = \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} m \\ \hline m \\ \hline m \end{array} & \emptyset \\ \hline \emptyset & \mathbf{I}_n \end{array} \right] .$$

La propriété du produit vectoriel permet d'écrire :

$$\Delta \mathcal{Z}_\Omega = - \left[ \begin{array}{c|c} m \mathbf{V} \wedge & \emptyset \\ \hline \emptyset & \mathbf{I}_n \Omega \wedge \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta \Omega \\ \Delta \Omega \end{bmatrix} = - \left[ \begin{array}{c|c} \emptyset & m \mathbf{V} \wedge \\ \hline \emptyset & \mathbf{I}_n \wedge \end{array} \right] \begin{bmatrix} \emptyset \\ \Delta \Omega \end{bmatrix} .$$

et après l'introduction des grandeurs sans dimension :

$$\bar{\mathbf{V}}^* = [ \cos \alpha \cos \beta \quad \sin \beta \quad \sin \alpha \cos \beta ] ; \quad \frac{\mathbf{I}_n \Omega}{m l \mathbf{V}} = \mathbf{H}^* = \begin{bmatrix} H_x^* \\ H_y^* \\ H_z^* \end{bmatrix} = \frac{1}{m l^2} \begin{bmatrix} I_x p^* - I_{xy} q^* - I_{xz} r^* \\ -I_{xy} p^* + I_y q^* - I_{yz} r^* \\ -I_{xy} p^* - I_{yz} q^* + I_z r^* \end{bmatrix} ,$$

on obtient l'expression qui figure au second membre de (3) :

$$-\Delta \mathcal{Z}_\Omega = m \frac{V^2}{l} \mathbf{k} \mathbf{e}_1 \left[ \begin{array}{c|c} \emptyset & \mathbf{V}^* \wedge \\ \hline \emptyset & \mathbf{H}^* \wedge \end{array} \right] \Delta \mathbf{E}^* ,$$

dans laquelle  $m V^2 / l$  est un scalaire,  $\mathbf{k}$  est explicitée au paragraphe I.3.1.1. et :

$$\mathbf{e}_1 = \left[ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \end{array} & \emptyset \\ \hline \emptyset & \begin{array}{c} 1 \\ \hline 1 \\ \hline 1 \end{array} \end{array} \right] , \quad \mathbf{V}^* \wedge = \begin{bmatrix} 0 & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta & 0 & -\cos \alpha \cos \beta \\ -\sin \beta & \cos \alpha \cos \beta & 0 \end{bmatrix} , \quad \mathbf{H}^* \wedge = \begin{bmatrix} 0 & -H_z^* & H_y^* \\ H_z^* & 0 & -H_x^* \\ -H_y^* & H_x^* & 0 \end{bmatrix} .$$

Le rôle de  $\mathbf{e}_1$  est de faire concorder les signes des termes d'effort de  $-\Delta \mathcal{Z}_\Omega$  avec ceux des termes correspondants de  $\Delta \mathbf{R}$  imposés par les normes dans  $\mathbf{k}$  (I.3.1.1.). La présence de  $\mathbf{e}_1$  permet d'éviter d'éventuelles erreurs de signe si l'on s'était contenté de changer les signes correspondants de  $\mathbf{V}^* \wedge$

$-\Delta \mathcal{Z}_\Omega$  peut être représenté dans l'équation (3) par une forme linéaire sans dimension analogue à celle adoptée pour  $\Delta \mathbf{R}$  en remarquant que :

$$\frac{l}{2} S V^2 \mathbf{k} = \frac{m}{\mu} \frac{V^2}{l} \mathbf{k} ,$$

de sorte que l'on peut poser :

$$\Delta \mathcal{Z}_\Omega = \frac{m}{\mu} \frac{V^2}{l} \mathbf{k} \mathcal{L} \Delta \mathbf{E}^* \quad \text{avec} \quad \mathcal{L} = \mu \mathbf{e}_1 \left[ \begin{array}{c|c} \emptyset & \mathbf{V}^* \wedge \\ \hline \emptyset & \mathbf{H}^* \wedge \end{array} \right] .$$

peut être décomposée d'après :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_L^L + \mathcal{L}_L^T + \mathcal{L}_T^T + \mathcal{L}_T^L,$$

avec :

$$\mathcal{L}_L^L = \mu \begin{bmatrix} 0 & \sin\alpha\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\alpha\cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{L}_L^T = \mu \begin{bmatrix} 0 & \sin\beta & -\sin\beta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_z^* & -H_x^* \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{L}_T^T = \mu \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & 0 & -\cos\alpha\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 \\ -H_y^* & H_y^* & 0 \end{bmatrix} \quad \mathcal{L}_T^L = \mu \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -H_z^* & 0 \\ 0 & 0 & H_x^* \end{bmatrix}$$

Ces expressions se simplifient d'une manière évidente dans les cas où  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\Omega$  sont nuls.

L'accélération d'entraînement est calculée en multipliant  $\Delta \mathcal{Z}_\Omega$  pour la matrice inverse de la masse apparente, soit :

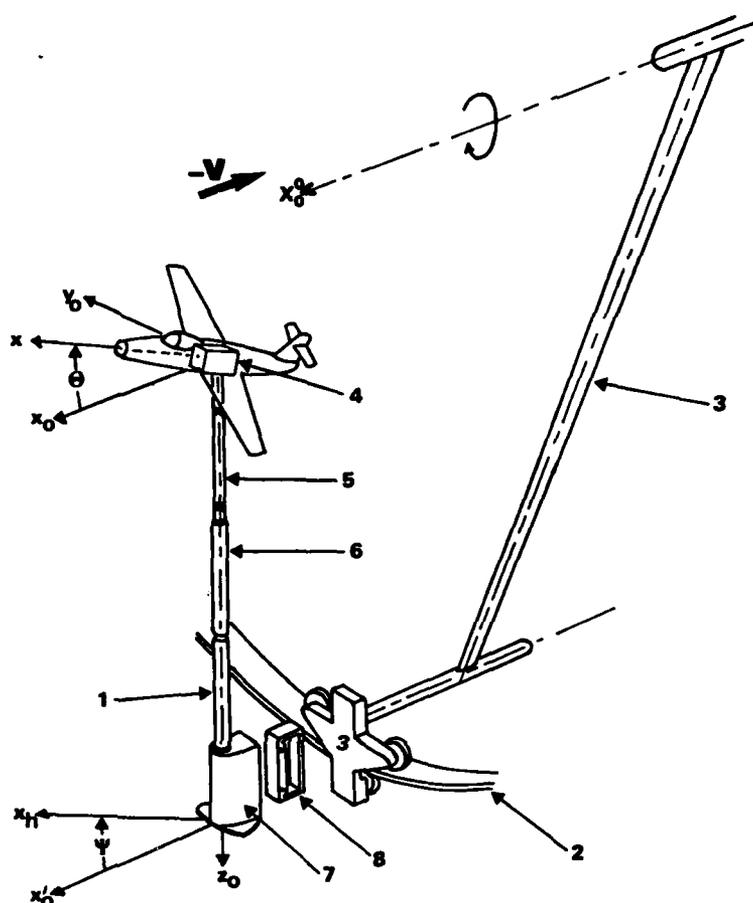
$$(m + m_e)^{-1} \Delta \mathcal{Z}_\Omega = (m + m_e)^{-1} \frac{m V^2}{\mu r} \mathcal{L} \Delta E^*$$

On retrouve dans cette expression la forme linéaire  $\mathcal{L}$ .

## ANNEXE AII.1.1

## ROTATION UNIFORME

BASSE VITESSE - SOCIÉTÉ MACCHI



- |   |  |
|---|--|
| 1 mât support de la maquette,   | 5 dynamomètre à cinq composantes liées aux axes tournants de la balance, |
| 2 rail de guidage,  | 6 prolongateur interchangeable,  |
| 3 bras tournants et chariots mobiles sur le rail,   | 7 ferrure d'extrémité du mât côté rail, réglage de l'azimut,             |
| 4 ferrure d'attache de la maquette et de réglage de l'assiette longitudinale et de l'angle de roulis, | 8 dynamomètre mesurant l'effort parallèle à l'axe du mât.                |

Installée dans une soufflerie à veine circulaire ouverte, dans laquelle la vitesse de l'écoulement est de 40 à 50  $\text{ms}^{-1}$ . La vitesse de rotation maximale de la balance est de 2,5 tours par seconde, soit 150 rpm. L'envergure de la maquette peut atteindre 1,30 m.

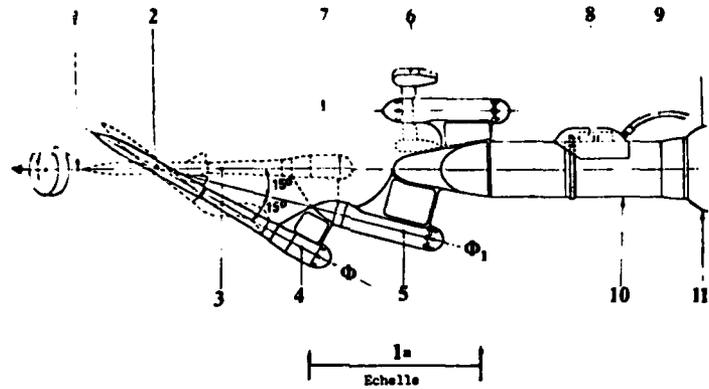
Remarque. - Les axes  $x, y, z$ , représentés sur la figure ci-dessus, sont liés à la balance. L'axe  $x_0$ , parallèle à la direction de l'écoulement est fixe et horizontal, donc confondu avec l'axe longitudinal du trièdre normal terrestre. Pour que les autres notations,  $\theta, \psi, z_0, y_0$  soient conformes aux recommandations I S O, il faut supposer que la figure est représentée dans la position où le mât est vertical, et le calage de l'angle  $\theta$  effectué à l'azimut  $\psi = 0$ , c'est-à-dire  $x'_0$  et  $x_{1h}$  confondus.

Référence. - **RAZZOCHI** M. Stall Behaviour and Spin Estimation Method by Use of Rotating Balance Measurements. Stall/Spin Problems of Military Aircraft. AGARD CP 199 nov. 1975.

## ANNEXE AII.1.2

## ROTATION UNIFORME

## TRANSSONIQUE SUPERSONIQUE - NASA Ames



- |  |  |
|--|--|
| 1 - axe de rotation de l'ensemble dard-maquette, | 7 - axe, parallèle à l'axe de rotation,        |
| 2 - maquette,                                    | autour duquel la position du contre-           |
| 3 - dards dynamométriques, droit et coudé,       | poids est ajustée,                             |
| 4 - dispositif de réglage de l'angle $\phi$ ,    | 8 - moteur hydraulique,                        |
| 5 - dispositif de réglage de l'angle $\phi_1$ ,  | 9 - conduites d'arrivée et de départ du fluide |
| 6 - contrepoids d'équilibrage statique de la     | moteur sous pression                           |
| partie tournante,                                | 10 - support fixe de la balance                |
|  | 11 - mât porte-dard de la soufflerie.          |

souffleries : 3,65 m de diamètre pressurisée et 3,35 x 3,35 m transsonique  $0,4 \leq M \leq 1,4$

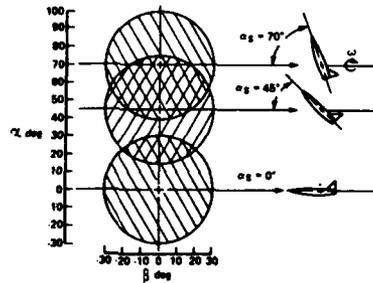
rotation animée par moteur hydraulique, deux sens de rotation

$$\Omega \leq 42 \text{ rad/s}$$

envergure maximale de la maquette

$$b = 0,7 \text{ m}$$

La mise en incidence  $\alpha$  et en dérapage  $\beta$  est effectuée en fonction des angles  $\phi$  et  $\phi_1$  dont les valeurs sont fixées par une commande à distance sans nécessiter de démontage de la maquette.



Angle of attack and sideslip envelope for various sting-model angles.

Un dard droit et deux dards coudés permettent d'opérer de façon continue dans les 3 plages d'incidence représentées sur la figure ci-dessus

Référence : MALCOLM G.M. et DAVIS Sanford S. (Ames Research Center NASA) New NASA Ames Wind Tunnel Techniques for studying Airplane Spin and Two-dimensional unsteady Aerodynamics. DYNAMIC STABILITY PARAMETERS N° 3 FDP AGARD 235 1978.

## ANNEXE AII.2

## ARTICULATIONS ÉLASTIQUES

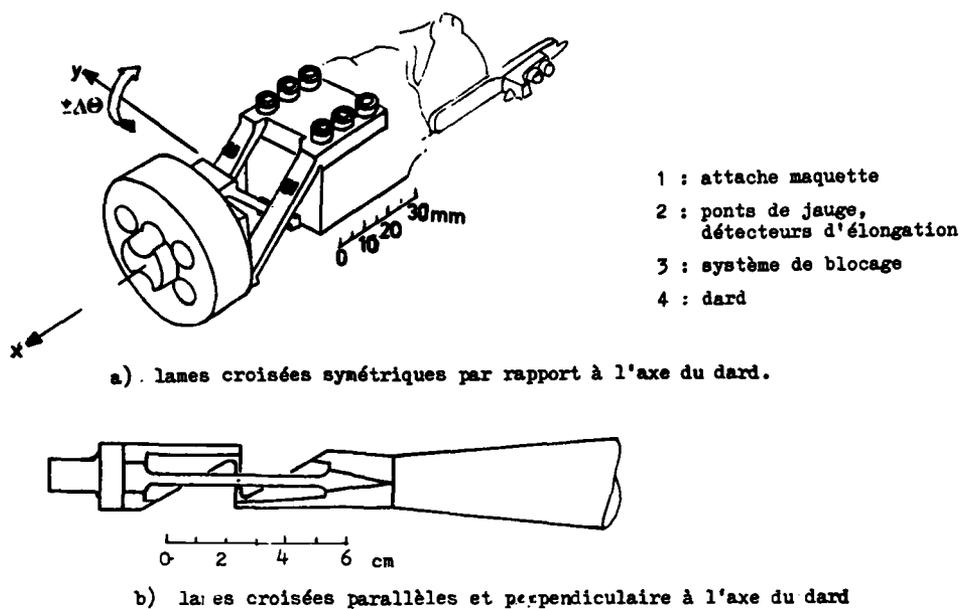


Fig. AII.2.1 Modèles d'articulations élastiques à lames croisées.

Origine: *Dynamic-Stability Measurement Capabilities in the AEDC Wind Tunnels.*  
 AEDC/B-2 Arnold Air Force Station Tennessee(USA)  
 March 1973

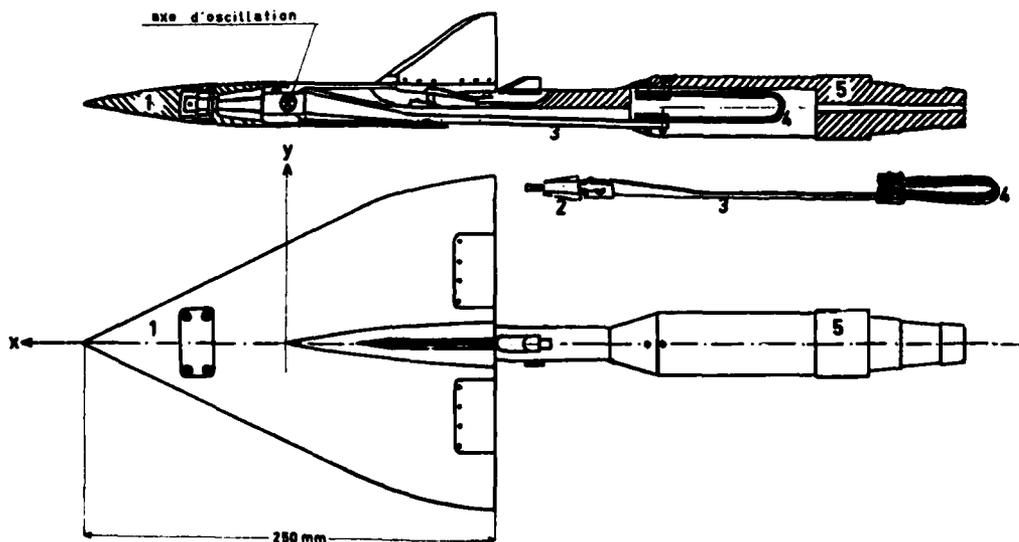


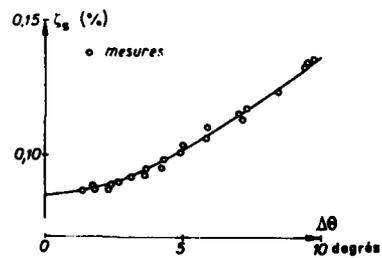
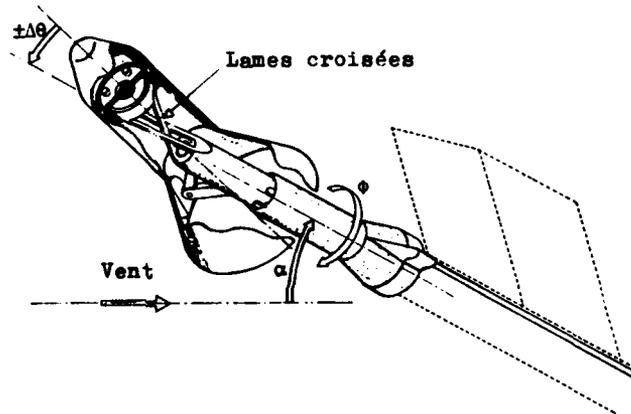
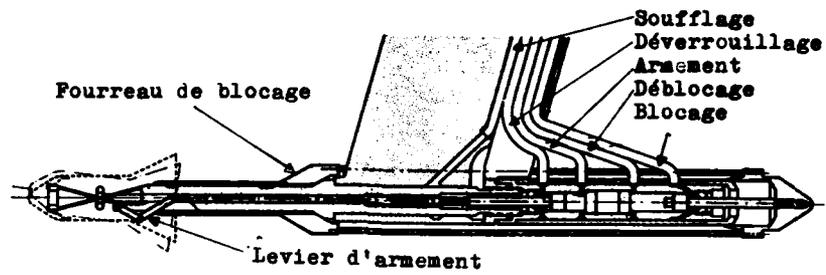
Fig. AII.2.2 Articulation élastique -aile

1 maquette, 2 ferrure d'attache, 3 bielle, 4 ressort en U disposé à l'intérieur du dard, 5 dard.

origine EHN G., LANDEN T. Measurements of Dynamic Stability Derivatives of an Ogive Delta Wing Model at Transonic and Supersonic Speeds.  
 Technical Note AU-925 F F A Stockholm 1974

## ANNEXE AII.3

OSCILLATIONS LIBRES  
SUPERSONIQUE - ONERA



Coefficient d'amortissement de structure  
Evolution en amplitude

ORIGINE : VAUCHERET X. & BROUSSAUD P.  
Dispositif d'oscillations libres pour souffleries à rafales  
La Recherche Aéronautique n° 107, p. 49-52, 1965  
et ONERA T.P. n° 285 (1965)

## ANNEXE AII.4.1

## OSCILLATIONS ENTRETENUES

TRANSSONIQUE OU SUPERSONIQUE - R.A.E. Bedford

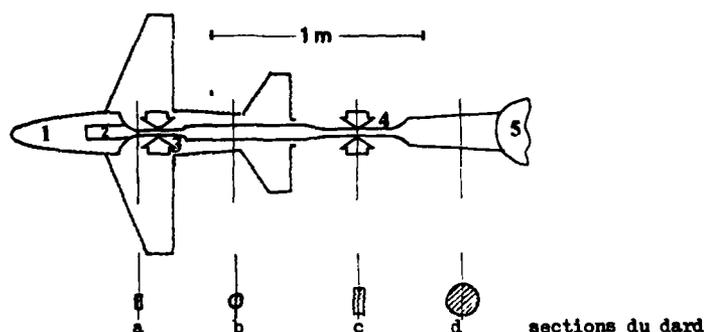
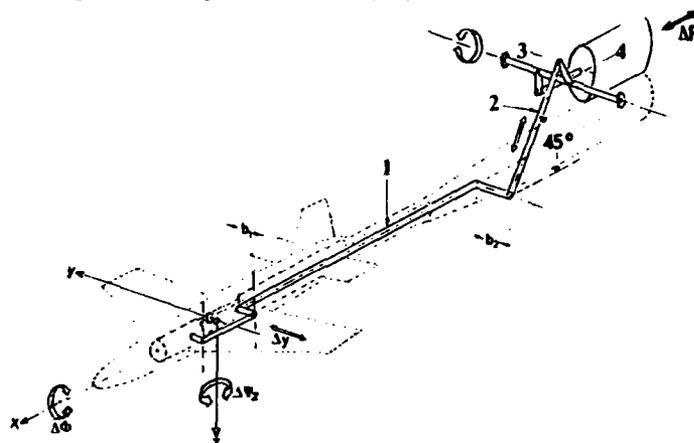


Fig. AII.4.1 a Structure de la balance

- 1 maquette  
2 ferrure d'attache

- 3 lame de ressort avant déformée en torsion et flexion  
4 lame de ressort arrière déformée en flexion  
5 bâti support dard

Les flèches  indiquent les emplacements des jauges de mesure des déformations.

Fig. AII.4.1 b Principe du dispositif d'entretien des oscillations transversales de la maquette  $\Delta\phi$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta\psi_z$ .

- 1) bielle centrée sur l'axe longitudinal  $Gx$ , portant à ses extrémités les bras  $b_1$  et  $b_2$  perpendiculaires au plan des lames  $GxZ$  à la position moyenne de l'oscillation.
- 2) bielle parallèle au plan des lames disposée à la distance  $b_2$  de ce plan et inclinée de  $45^\circ$  sur  $Gx$ .
- 3) tringlerie de transmission de l'effort imposé  $\Delta F$  par l'oscillateur électromagnétique (4).

La détection de l'effort transmis par (4) peut être effectuée par des jauges disposées sur  $b_1$  ou  $b_2$   $\Delta F$  force délivrée par l'oscillateur électromagnétique.

Conditions de fonctionnement

masse de la maquette 55 kg  
force normale maximale 4 000 N  
amplitude des oscillations  $\Delta\psi_z = \pm 2$  deg.  
 $\Delta\phi = \pm 2$  deg.  
 $\Delta y = \pm 4$  mm

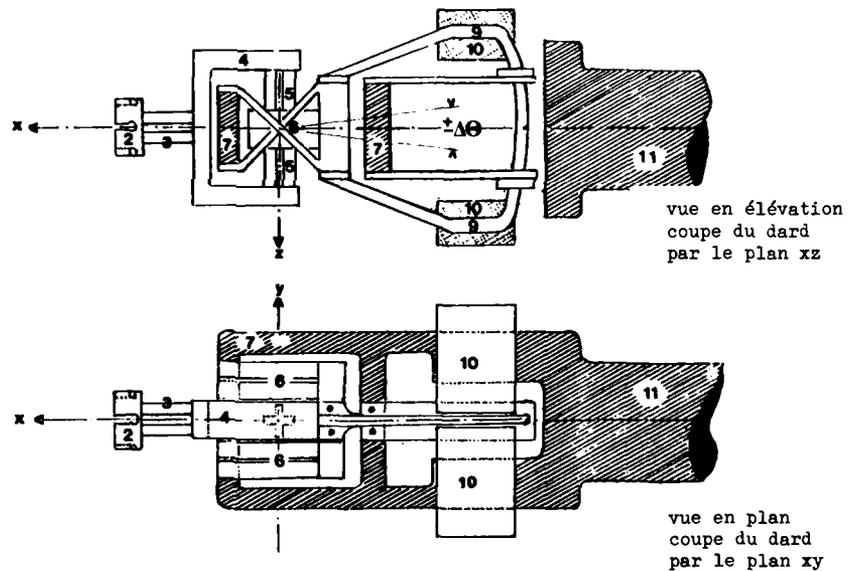
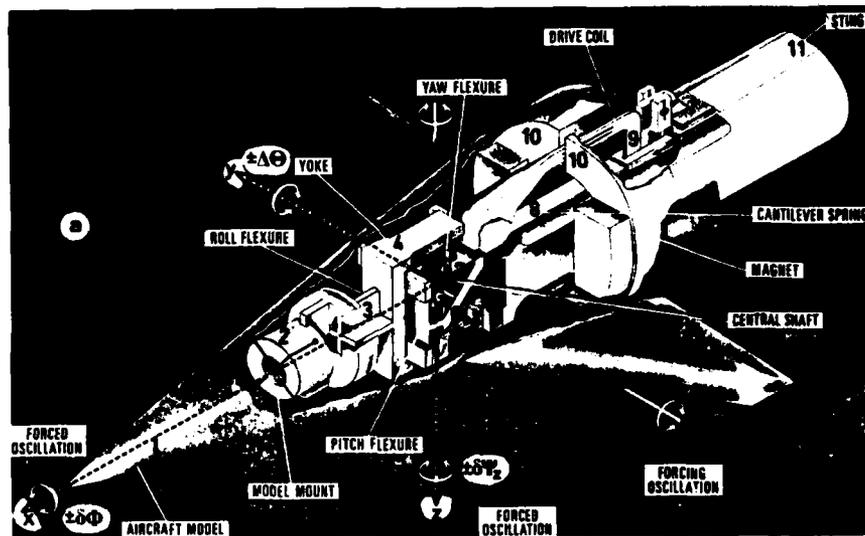
intervalle de fréquence  $4 \leq f \leq 10$  Hz  
taux de fatigue des lames 27,6 hb (20 tons/inch<sup>2</sup>)

Souffleries : RAE subsonique (3,9 x 2,7 m<sup>2</sup>), supersonique (2,4 x 2,4 m<sup>2</sup>) et A.R.A transsonique (2,7 x 2,4 m<sup>2</sup>)

Réf. : J.S. THOMPSON et R.A. FAIL R.A.E. Oscillatory Derivative Measurements on Sting-Mounted Wind Tunnel Models A.G.A.R.D. CP n° 17, 1966  
FAIL R. R.A.E. Experimental Determination of Stability and Control Aerodynamic Determination V.K.I. Aircraft Stability and Control Lecture Series, 1975

## ANNEXE AII.4.2

OSCILLATIONS ENTRETENUES  
TRANSSONIQUE ET SUPERSONIQUE - N.A.E.



- Balance de stabilité du N.A.E. sur maquette montée en dard et animée d'oscillations entretenues par un moteur électrodynamique.

- a) vue perspective éralatée maquette disposée en tangage  
b) schéma de principe

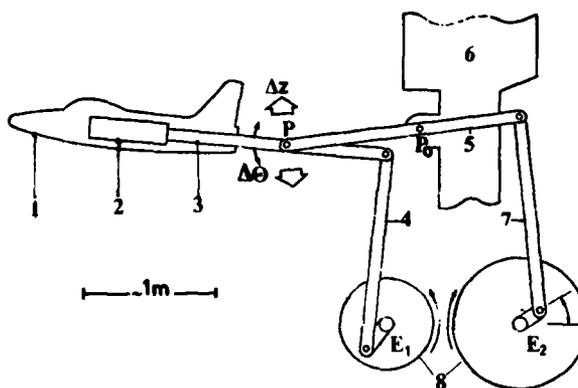
- |   |   |
|---|---|
| 1 maquette  | 7 extrémité avant du dard   |
| 2 ferrure d'attache de la maquette                  | 8 ressort à lames parallèles donnant un accroissement de rigidité en tangage (ou en lacet)        |
| 3 ressort cruciforme de roulis,                     | 9 circuit électrique à enroulement unique parcouru par un courant alternatif à fréquence réglable |
| 4 étrier  | 10 aimant permanent en deux demi-coquilles  |
| 5 ressort cruciforme de lacet                       | 11 dard   |
| 6 ressort à lames croisées de tangage (ou de lacet) |   |

Origine: ORLIK-RUCKEMANN K.J. and HANFF E.S. Experiments on Cross-Coupling and Translational Acceleration Derivatives AGARD CP 235 N°8 1978

## ANNEXE AIL.5

## OSCILLATIONS FORCÉES

## TRANSSONIQUE OU SUPERSONIQUE - C.A.L.S.P.A.N.



Balace de stabilité de la soufflerie transsonique supersonique ( $2,4 \times 2,4 \text{ m}^2$ ) du CALSPAN.

- |   |   |
|---|---|
| <p>1 maquette<br/>         2 bloc dynamomètre et accéléromètre<br/>         3 dard oscillant autour de l'axe <math>P_{y_0}</math> normal à l'écoulement<br/>         4 bielle transmettant le mouvement de l'excentrique <math>E_1</math> à l'extrémité arrière du dard</p> | <p>5 bielle intermédiaire, oscillant autour de <math>P_{y_0}</math> fixe, transmettant à <math>P_{y_0}</math> le mouvement de l'excentrique <math>E_2</math><br/>         6 bâti fixe lié à la structure de la soufflerie, support de l'axe fixe <math>P_{y_0}</math> normal à l'écoulement<br/>         7 bielle transmettant le mouvement de l'excentrique <math>E_2</math><br/>         8 volants fixés sur les axes des excentriques <math>E_1</math> et <math>E_2</math></p> |
|---|---|

Le rayon et la phase relative de l'excentrique  $E_1$  par rapport à  $E_2$  sont réglables à distance. Le mouvement de la maquette, à deux degrés de liberté, consiste en une rotation autour de l'axe  $P_{y_0}$  normal à l'écoulement et à une rotation de cet axe autour de l'axe  $P_{y_0}$  fixe et parallèle à  $P_{y_0}$ .

Les conditions de fonctionnement sont :  
 fréquence :  $3 \leq f \leq 12 \text{ Hz}$  ; accélération linéaire maximale ( $\sim 20 g$ ) :  $|\ddot{z}| \leq 196 \text{ m/sec}^2$  ;  
 accélération angulaire maximale :  $|\dot{\theta}| \leq 200 \text{ r/sec}^2$  ; charge normale maximale  $|Z| \leq 5\,000 \text{ N}$ .

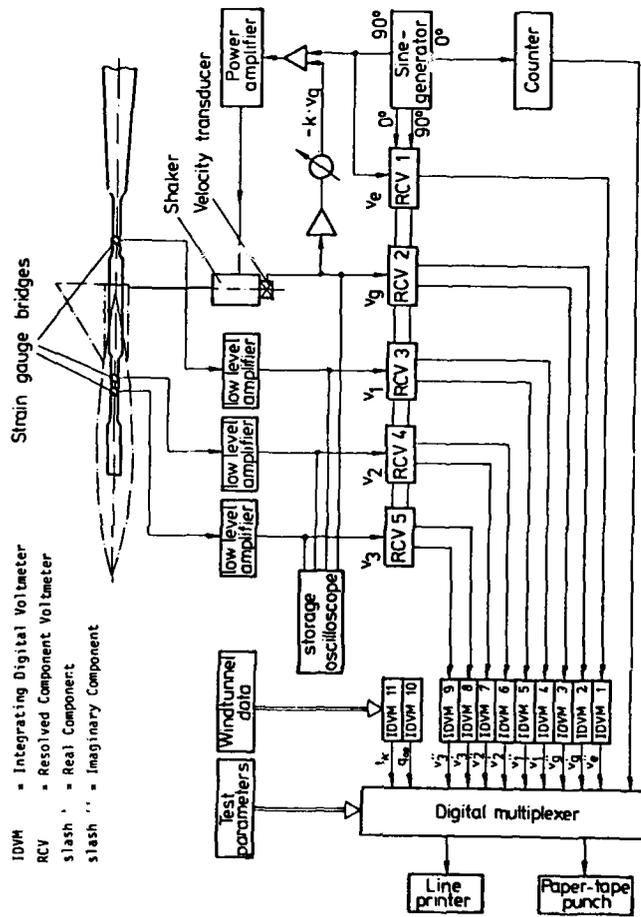
Ces conditions permettent d'obtenir simultanément à une fréquence de 7 Hz, des amplitudes de translation  $\Delta z = \pm 100 \text{ mm}$  et de rotation  $\Delta \theta = \pm 6^\circ$ .

Ce dispositif offre la possibilité d'imposer à une maquette montée sur dard, une oscillation d'amplitude importante autour d'un axe virtuel situé à l'intérieur de celle-ci, ce qui permet d'obtenir les mesures du torseur des forces aérodynamiques dans de bonnes conditions expérimentales, en particulier en rendant minimales les valeurs du torseur des forces d'inertie.

Origine : STATLER Irving C. TUFTS Ovan B., HIRTREITER Walter J.  
 A New Capability for Measuring Dynamic Air Loads in a Wind Tunnel  
 Journal of Aircraft Vol 3 N° 5 pages 418 à 425, sept. 1966

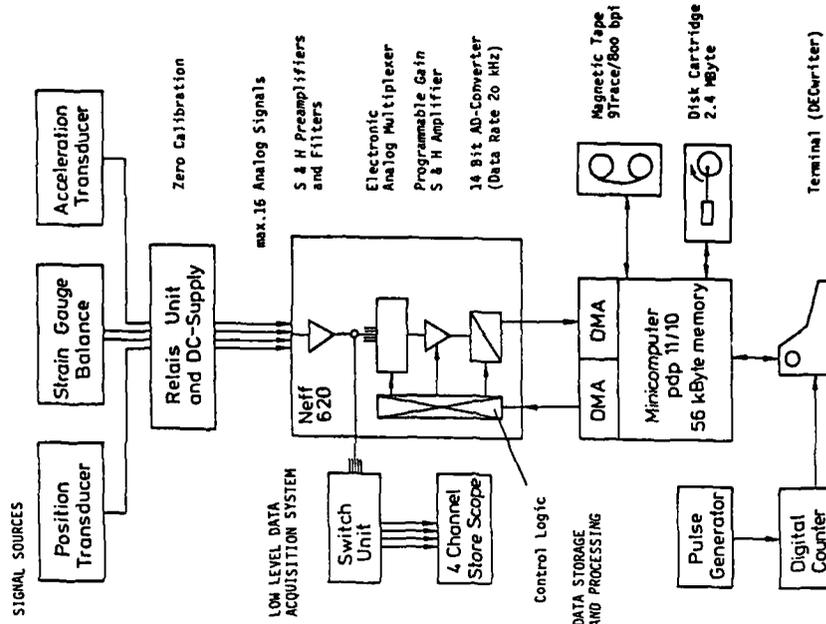
ANNEXE AII.6

DIAGRAMMES DE FONCTIONNEMENT D.F.V.L.R. et INDUSTRIE R.F.A.



IDVM = Integrating Digital Voltmeter  
 RCV = Resolved Component Voltmeter  
 slash / = Real Component  
 slash ' = Imaginary Component

OSCILLATIONS ENTRETENUES



OSCILLATIONS FORCES

Origine : Von der MECKEN J., SCHMIDT E., SCHULZE B. On the Test Procedures of the Derivative Balances Used in V. Germany. AGARD CP 235 N° 6 1978

**REPORT DOCUMENTATION PAGE**

<b>1. Recipient's Reference</b>	<b>2. Originator's Reference</b> AGARD-AG-242 ✓	<b>3. Further Reference</b> ISBN 92-835-2106-4	<b>4. Security Classification of Document</b> SANS CLASSIFICATION								
<b>5. Originator</b> Groupe Consultatif pour la Recherche et le Developpement Aérospatial Organisation du Traite de l'Atlantique Nord 7 rue Ancelle, 92200 Neuilly sur Seine, France											
<b>6. Title</b> DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS											
<b>7. Presented at</b>											
<b>8. Author(s)/Editor(s)</b> M.Scherer			<b>9. Date</b> Septembre 1979								
<b>10. Author's/Editor's Address</b> 9 rue de Clocheville 34000 Tours – France			<b>11. Pages</b> 70								
<b>12. Distribution Statement</b> Le présent document est diffusé conformément aux politiques et règlements de l'AGARD exposés sur le verso de la dernière feuille de couverture de toutes les publications AGARD.											
<b>13. Keywords/Descriptors</b>  <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">Stabilité aérodynamique</td> <td style="width: 50%;">Simulateurs de vol</td> </tr> <tr> <td>Aeronefs</td> <td>Décollement de la couche limite</td> </tr> <tr> <td>Moyens d'essais</td> <td>Contrôle de vol</td> </tr> <tr> <td>Ecoulement instationnaire</td> <td></td> </tr> </table>				Stabilité aérodynamique	Simulateurs de vol	Aeronefs	Décollement de la couche limite	Moyens d'essais	Contrôle de vol	Ecoulement instationnaire	
Stabilité aérodynamique	Simulateurs de vol										
Aeronefs	Décollement de la couche limite										
Moyens d'essais	Contrôle de vol										
Ecoulement instationnaire											
<b>14. Abstract</b>  <p>Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.</p>											

<p>AGARDographie No.242 Groupe Consultatif pour la Recherche et le Developpement Aérospatial, OTAN DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS M.Scherer Publié en Septembre 1979 70 pages</p> <p>Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des</p> <p>T.S.V.P.</p>	<p>AGARD-AG-242</p> <p>Stabilité aérodynamique Aeronefs Moyens d'essais Ecoulement instationnaire Simulateurs de vol Décollement de la couche limite Contrôle de vol</p>	<p>AGARDographie No.242 Groupe Consultatif pour la Recherche et le Developpement Aérospatial, OTAN DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS M.Scherer Publié en Septembre 1979 70 pages</p> <p>Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des</p> <p>T.S.V.P.</p>	<p>AGARD-AG-242</p> <p>Stabilité aérodynamique Aeronefs Moyens d'essais Ecoulement instationnaire Simulateurs de vol Décollement de la couche limite Contrôle de vol</p>
<p>AGARDographie No.242 Groupe Consultatif pour la Recherche et le Developpement Aérospatial, OTAN DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS M.Scherer Publié en Septembre 1979 70 pages</p> <p>Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des</p> <p>T.S.V.P.</p>	<p>AGARD-AG-242</p> <p>Stabilité aérodynamique Aeronefs Moyens d'essais Ecoulement instationnaire Simulateurs de vol Décollement de la couche limite Contrôle de vol</p>	<p>AGARDographie No.242 Groupe Consultatif pour la Recherche et le Developpement Aérospatial, OTAN DETERMINATION DANS LES INSTALLATIONS AU SOL DES PARAMETRES AERODYNAMIQUES DE STABILITE DES AERONEFS M.Scherer Publié en Septembre 1979 70 pages</p> <p>Un aperçu de l'état actuel des moyens d'expérimentation au sol, servant à la détermination des paramètres aérodynamiques de stabilité des aéronefs, a été dégagé des comptes-rendus des réunions FDP et FMP AGARD, tenues pendant ces quatre dernières années. Un exposé critique des méthodes expérimentales d'analyse des</p> <p>T.S.V.P.</p>	<p>AGARD-AG-242</p> <p>Stabilité aérodynamique Aeronefs Moyens d'essais Ecoulement instationnaire Simulateurs de vol Décollement de la couche limite Contrôle de vol</p>

phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.

ISBN 92-835-2106-4

phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.

ISBN 92-835-2106-4

phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.

ISBN 92-835-2106-4

phénomènes aérodynamiques instationnaires met en évidence les lacunes des méthodes et moyens actuels notamment en ce qui concerne les informations nécessaires à la mise en oeuvre correcte des simulateurs de vol dans les cas de comportements non linéaires (décollements, ondes de choc). Des suggestions sur des orientations possibles à donner aux recherches pour combler ces lacunes, sont présentées.

ISBN 92-835-2106-4